BEWERTUNG DIGITALER MODULATIONSVERFAHREN BEI CODIERTER ÜBERTRAGUNG IN FADINGKANÄLEN

INAUGURAL - DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades

der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik

der Johann Wolfgang Goethe - Universität

Frankfurt am Main

von

ROBERT SCHWEIKERT

aus

Frankfurt am Main

Frankfurt am Main

1982

1983

BEWERTUNG DIGITALER MODULATIONSVERFAHREN BEI CODIERTER ÜBERTRAGUNG IN FADINGKANÄLEN

INAUGURAL - DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades

der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik

der Johann Wolfgang Goethe - Universität

Frankfurt am Main

von

ROBERT SCHWEIKERT

aus

Frankfurt am Main

Frankfurt am Main

1982

Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereiches
Physik der Universität Frankfurt am Main

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Dekan:	Prof. W. Jung
1. Gutachter:	Prof. Dr. D. Wolf
2. Gutachter:	Prof. Dr. B. Dorsch

Tag der Promotion: 31.05.1983

INHALT

		Seite
1.	PROBLEMSTELLUNG	1
2.	GRUNDLAGEN	5
	2.1 Kanalmodelle	5
	2.2 Darstellung der Modulationsverfahren im "Signalraum", der Vektor-Kanal	13
	3.3 Das R_o-Kriterium	19
3.	EXEMPLARISCHE UNTERSUCHUNGEN AUSGEWÄHLTER ÜBERTRAGUNGSSYSTEME	26
	3.1 Rayleighfading-Kanal bei BPSK-Modulation	26
	3.2 Ergebnisse	35
	3.3 Einfluß einer fehlerbehafteten Kanalzustandsschätzung	44
4.	VERGLEICH VON MODULATIONSVERFAHREN OHNE BERÜCKSICHTIGUNG DER ÜBERTRAGUNGSBANDBREITE	50
	4.1 q-PSK	52
	4.2 Binäre Frequenzumtastung (BPSK)	58
	4.3 q-FSK	61
	4.4 Binäre Amplitudenmodulation (OOK) und 16-QASK	65
	4.5 Inkohärente BFSK und Inkohärente q-FSK	70
	4.6 Binäre DPSK und q-DPSK	77
	4.7 Simplex, die R_o maximierende Vektorkonfiguration	82
	4.8 Zusammenfassende Diskussion	88
5.	BEWERTUNG VON MODULATIONSVERFAHREN BEI GLEICHER BANDBREITE	94
	5.1 q-PSK und q-DPSK	96
	5.2 q-FSK und Inkohärentes q-FSK	103
	5.3 Zusammenfassende Diskussion	109
6.	ZUSAMMENFASSUNG	112
7.	LITERATUR	114

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41523704_0034

1. Problemstellung

Beim Entwurf digitaler Nachrichtenübertragungssysteme - wie sie in den letzten Jahren zunehmend Anwendung finden - kommt der Optimierung des Modulationsverfahrens eine grundlegende Bedeutung zu. Die Wahl des Modulationsverfahrens bestimmt wesentlich die Güte des Übertragungssystems und die Genauigkeit, mit der die Information übertragen werden kann.

In Bild 1 ist für die Diskussion der Problemstellung ein Modell des zugrundegelegten Übertragungssystems dargestellt.

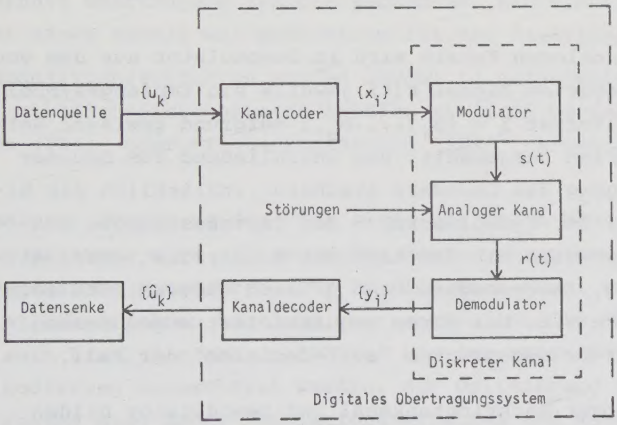

Bild 1 Modell einer digitalen Übertragung

Bei diesem Modell wird ohne Einschränkung der Allgemeinheit angenommen, daß die Daten einer stationären digitalen Quelle in Form einer redundanzfreien Folge binärer Symbole - den Informationsbits u_k - vorliegt. Durch den Kanal-Coder wird diese Informationsfolge in eine Codefolge $\{x_i\}$ umgewandelt. Hierbei erzeugt der Coder zu jeweils K Informationsbits N Codesymbole, die ihrerseits aus einem Codealphabet $X = \{a_1,\ldots,a_q\}$ mit allgemein $q \geq 2$ Elementen ausgewählt werden. Da die Anzahl q^N der möglichen Codewörter der Länge N größer ist als die Anzahl 2^K der möglichen Informationssequenzen der Länge K, enthält die Codefolge Redundanz. Als Coderate $R = K/N$ wird die durchschnittliche Anzahl der

Informationsbits pro Codesymbol bezeichnet. R nimmt maximal den Wert R_{max} = ld q an. Nach der Codierung gelangt die Symbolfolge $\{x_i\}$ zum Modulator. Im Modulator wird zu jedem Symbol x_i ein analoges Sendesignal s(t) aus einem q Signale umfassenden Funktionensatz $\{s_1(t),\ldots,s_q(t)\}$ erzeugt und während der Symboldauer T_s mit einer gewissen Sendeenergie E_s über den analogen Nachrichtenkanal übertragen. Auf den Kanal wirken Störungen ein. Die Symboldauer T_s ist bei fester Bitdauer T_b der Datenquelle eine Funktion der Coderate. Da der Kanal-Coder für jedes Informationsbit im Mittel N/K Codesymbole erzeugt, gilt

$$R = K/N = T_s/T_b \quad . \tag{1.1}$$

Am Ausgang des analogen Kanals wird im Demodulator aus dem von Störungen überlagerten Signal r(t) jeweils ein Empfangssymbol y_i aus einem Symbolvorrat $Y = \{b_1,\ldots,b_{q'}\}$ aufgrund gewisser Entscheidungskriterien ausgewählt, das anschließend zum Decoder gelangt. Am Ausgang des Decoders erscheint schließlich die binäre Folge $\{\hat{u}_k\}$. Der Symbolvorrat Y der Empfangssymbole muß nicht notwendigerweise mit dem Alphabet X übereinstimmen. Allgemein ist $q' \geq q$, insbesondere kann q' auch unbeschränkt sein ($q'=\infty$); dies wäre z.B. bei einem unquantisiert angenommenen Kanalausgang bei der sogenannten "soft-decision" der Fall.

Modulator, analoger Nachrichtenkanal und Demodulator bilden zusammen einen zeitdiskreten Kanal mit q Eingangs- und q' Ausgangssymbolen. Der diskrete Kanal wird als gedächtnisfrei bezeichnet, wenn die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ausgangssymbols $y_i \varepsilon Y$ zum Zeitpunkt i nur von dem aktuell gesendeten Kanaleingangssymbol $x_i \varepsilon X$ abhängt. Ein solcher diskreter gedächtnisfreier Kanal (DMC)+ ist vollständig durch die (eindimensionalen) Übergangswahrscheinlichkeiten $P(y|x)$ für alle $x \varepsilon X$, $y \varepsilon Y$ beschrieben. Eine zeitliche Indizierung der Symbole x_i, y_i ist aufgrund der Unabhängigkeit nicht erforderlich. Ein wichtiges Beispiel für einen DMC ist ein diskreter Kanal mit

---

+ Discrete memoryless channel

einem analogen Kanal, in dem das Sendesignal allein durch additives weißes Gaußsches Rauschen (AWGN) gestört ist. Ein derartiger Kanal ist ein zutreffendes Modell für Übertragungskanäle im Weltraum. Häufig findet man bei Übertragungen im erdnahen Bereich Kanäle mit Störungen, die sich über mehrere Symbolzeiten erstrecken, bei dem im analogen Kanal mehrere aufeinanderfolgende Sendesignale in statistisch abhängiger Weise gestört sind. Derartige Störungen können z.B. durch zeitliche langsame Schwankungen (Fading) des Übertragungsverhaltens des analogen Kanals verursacht werden. Derartig gestörte analoge Kanäle bezeichnet man als Kanäle mit Gedächtnis. Am Ausgang des diskreten Kanals erscheinen fehlerhaft übertragene Symbole gebündelt. Ein wichtiger Vertreter eines Kanals mit Gedächtnis ist der Rayleighfading-Kanal.

Als Modulationsverfahren werden sowohl in gedächtnisfreien als auch in gedächtnisbehafteten Kanälen vielfach Verfahren der Phasen (PSK)- oder Frequenzumtastung (FSK)[+] verwendet.

Als Maß zur Bewertung der Güte eines digitalen Nachrichtenübertragungssystems wird allgemein die Fehlerwahrscheinlichkeit an der Datensenke betrachtet. Das im diskreten Kanal verwendete Modulationsverfahren bestimmt zwar wesentlich die Güte, jedoch kann sein Einfluß nicht unabhängig von der außerdem verwendeten Kanalcodierung abgeschätzt werden. Zur Optimierung einer digitalen Übertragung sind daher Modulationsverfahren und Kanalcodierung aufeinander abzustimmen. Von der Kanalcodierung allein ist schon seit langem bekannt, daß bei konstanter Sendeleistung die Fehlerwahrscheinlichkeit an der Datensenke im Vergleich zur uncodierten Übertragung erheblich reduziert werden kann. Diese Reduktion der Fehlerwahrscheinlichkeit bei konstanter Sendeleistung, ist gleichbedeutend mit einer möglichen Reduktion der Sendeleistung bei gleichbleibender Fehlerwahrscheinlichkeit. Beides bezeichnet man als Codiergewinn. Nach Shannons Kanalcodiertheorem läßt sich die Fehlerwahrscheinlichkeit beliebig klein machen, wenn N und K sehr groß, die Coderate aber kleiner als die - in Infor-

[+]PSK = Phase Shift Keying, FSK = Frequency Shift Keying.

mationsbits pro Symbol angegebene - informationstheoretische Kanalkapazität C gewählt wird. Der Vorteil der Kanalcodierung sei an einem praktischen Beispiel verdeutlicht. Im Fall eines durch AWGN gestörten Kanals erhält man für eine Fehlerwahrscheinlichkeit von $P_e = 10^{-5}$ an der Datensenke eine Reduktion des Quotienten E_b/N_o von mittlerer Energie pro Informationsbit und Rauschleistungsdichte um 5 bis 7 dB. Demgegenüber steigt der Codiergewinn beim Rayleighfading-Kanal unter den gleichen Bedingungen auf ungefähr 35 dB. Zwar erfordert eine Übertragung mit Kanalcodierung wegen der zugefügten Redundanz grundsätzlich eine höhere Bandbreite, doch kann diese häufig der Kanalcodierung vorgehaltene Besonderheit durch Wahl eines auf die Kanalcodierung abgestimmten Modulationsverfahrens begegnet werden. Dieser Gesichtspunkt muß auch beim Vergleich verschiedener Übertragungssysteme, die Kanalcodierung neben unterschiedlichen Modulationsverfahren bei gegebener Bandbreite anwenden, berücksichtigt werden. Häufig stehen sich Modulationsverfahren mit kleiner Bandbreite und fester Sendeleistung, die eine vorgegebene Symbolfehlerwahrscheinlichkeit gewährleisten sollen, anderen Verfahren gegenüber, die bei größerer Bandbreite eine geringere Sendeleistung für die gleiche Zuverlässigkeit erfordern. Durch Anwendung angepaßter Kanalcodierung können solche Systeme für die gleiche Übertragungsbandbreite ausgelegt werden, so daß sie nun vergleichbar sind.

In der vorliegenden Arbeit wird erstmals der Versuch eines systematischen Vergleiches von Übertragungssystemen unternommen, die unterschiedliche Modulationsverfahren und zugleich Kanalcodierung benutzen. Der Vergleich bezieht sich sowohl auf das Verhältnis E_b/N_o unabhängig von der Bandbreite als auch auf die erforderlichen Werte E_b/N_o bei fester Bandbreite. Als Gütekriterium wird anstelle der Bitfehlerwahrscheinlichkeit an der Datensenke das von Wozencraft vorgeschlagene und von Massey [1] eingeführte R_o-Kriterium, das eine allgemeine Bewertung von Modulationsverfahren unter Berücksichtigung von Kanalcodierung gestattet, zugrundegelegt. Im Mittelpunkt der Untersuchungen stehen Übertragungssysteme mit Fadingkanälen, also gedächtnisbehaftete Kanäle, für die bisher kaum quantitative Aussagen vorliegen, obwohl gerade bei ihnen mit einer Kanalcodierung besonders günstige Übertragungseigenschaften erzielt werden können.

2. Grundlagen

2.1 Kanalmodelle

AWGN-Kanal

In einer Vielzahl von Untersuchungen werden digitale Übertragungssysteme für den Fall betrachtet, daß das Sendesignal $s(t)$ ausschließlich durch additives weißes Gaußsches Rauschen (AWGN) $n_w(t)$ gestört ist. Weißes Gaußsches Rauschen wird durch die eindimensionale Verteilungsdichte

$$p_n(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \exp -\left(\frac{\eta^2}{2\sigma_n^2}\right) \tag{2.1}$$

mit dem Mittelwert $E\{n\} = 0$ und die Autokorrelationsfunktion

$$R_n(\tau) = \frac{N_0}{2} \delta(\tau) \tag{2.2}$$

- $\delta(\tau)$ bezeichnet die Dirac'sche Deltafunktion - vollständig beschrieben. Mit dieser, den Betrachtungen zugrundegelegten Modellvorstellung eines analogen Nachrichtenkanals, läßt sich das Signal $r(t)$ am Eingang des Empfängers durch die Beziehung

$$r(t) = s(t) + n_w(t) \tag{2.3}$$

darstellen. Additive Gaußsche Störungen treten in der Nachrichtentechnik vielfach in Erscheinung, sie sind von sehr allgemeiner Natur. Die physikalischen Ursachen des Gaußschen Rauschens können z.B. das thermische Rauschen des Empfängers oder das Hintergrundrauschen des Weltraums sein. Vom signaltheoretischen Standpunkt findet das Zustandekommen häufig eine einfache Erklärung in der additiven Überlagerung vieler voneinander unabhängiger Signalkomponenten mit annähernd gleicher Leistung, so daß nach dem Zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitstheorie die Amplitudenverteilung des resultierenden Störsignals durch eine Gaußsche Verteilung charakterisiert wird. Die Annahme von weißem Rauschen ist immer dann gerechtfertigt, wenn die Spektrale Leistungsdichte der Störung in einem wesentlich größeren Bereich als die Bandbreite des Übertragungssignals als konstant angenommen

werden darf. Das sehr einfache, durch Gl. (2.3) beschriebene AWGN-Kanalmodell, zählt zu den am besten behandelten Modellen, zum einen, weil es die Nachrichtenkanäle im Weltraum (insbesondere bei "deep space missions") gut beschreibt, zum anderen aber auch, weil es in vielen Fällen eine relativ einfache informationstheoretische Behandlung gestattet. Der aus dem analogen AGWN-Kanal, Modulator und Demodulator gebildete diskrete Kanal ist gedächtnisfrei, da die Gaußschen Störungen nicht korreliert sind. Der diskrete Kanal wird daher durch die Übergangswahrscheinlichkeiten $p(y|x)$ vollständig beschrieben.

Rayleighfading-Kanal

Im Gegensatz zu den Kanälen im Weltraum sind "terrestrische" Nachrichtenkanäle häufig dadurch gekennzeichnet, daß empfangene Signale nicht allein durch additives Gaußsches Rauschen, sondern darüberhinaus noch durch zeitliche Schwankungen der Signalleistung ("Fading") gestört sind. Physikalische Ursachen dieser Schwankungen können z.B. Streuung oder Vielfachreflexion bei der Signalausbreitung sein.

Fading-Kanäle lassen sich mit Hilfe eines recht allgemeinen Fadingmodells [2] durch eine zeitveränderliche komplexe Übertragungsfunktion $H(f,t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t und der Frequenz f beschreiben. Grundlage des Modells ist die Annahme eines Mehrwegeempfangs, wobei die am Empfänger sich überlagernden Signalanteile der unterschiedlichen Ausbreitungspfade durch voneinander unabhängige Amplituden und Laufzeiten charakterisiert sind.

Nimmt man ein Sendesignal der Form

$$s(t) = \mathrm{Re}\{s_o(t)\, e^{j2\pi f_c t}\} \tag{2.4}$$

mit der komplexen Hüllkurve $s_o(t)$ und einem Träger mit der Frequenz f_c an, so ergibt sich für das Empfangssignal die Darstellung

$$r(t) = \mathrm{Re}\{u(t-\tilde{\tau}_o) e^{j2\pi f_c (t-\tilde{\tau}_o)}\} \tag{2.5}$$

u(t) bezeichnet die komplexe Hüllkurve, die aufgrund der additiven Überlagerung der Signalkomponenten durch

$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s_o(t-\tilde{\tau})\beta(\tilde{\tau};t)\, d\tilde{\tau} \qquad (2.6)$$

gegeben ist. $\tilde{\tau}$ bedeutet den Laufzeitunterschied der sich überlagernden Signalanteile relativ zur mittleren Laufzeit $\tilde{\tau}_o$ des Signals. $\beta(\tilde{\tau};t)$ bezeichnet einen der Laufzeit $\tilde{\tau}$ zugeordneten stationären komplexen stochastischen Prozeß, der als Gaußprozeß angenommen wird. Diese Annahme läßt sich mit Hilfe des Zentralen Grenzwertsatzes der Wahrscheinlichkeitstheorie sinnvoll begründen, wenn davon ausgegangen werden kann, daß sich hinreichend viele Signalanteile (hierbei kann es sich um Signalkomponenten von verschiedenen Streu- oder Reflexionspunkten handeln) additiv überlagern, deren Laufzeiten $\tilde{\tau}$ sich nur wenig unterscheiden, d.h. in einem hinreichend kleinen Bereich $(\tilde{\tau},\tilde{\tau}+\Delta\tilde{\tau})$ liegen. Mit der Fouriertransformierten $S_o(f)$ der Hüllkurve $s_o(t)$ läßt sich die komplexe Hüllkurve u(t) des Empfangssignals auch in der Form

$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_o(f)\, H(f,t) e^{j2\pi ft}\, df \qquad (2.6')$$

ausdrücken.

$$H(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \beta(\tilde{\tau};t)\, e^{-j2\pi f\tilde{\tau}}\, d\tilde{\tau} \qquad (2.7)$$

kann damit als komplexe Übertragungsfunktion des Fading-Kanals angesehen werden. Aus (2.7) wird eine weitere Bedeutung der Größe $\beta(\tilde{\tau};t)$ deutlich. Vom systemtheoretischen Standpunkt bezeichnet $\beta(\tilde{\tau};t)$ nämlich als Funktion von $\tilde{\tau}$ die zeitveränderliche Impulsantwort des Fading-Kanals. Klingt die Impulsantwort nur langsam ab, sind somit die relativen Laufzeiten der für den Mehrwegeempfang relevanten Pfade groß gegenüber dem Reziprokwert der Signalbandbreite, dann ist der Kanal frequenzselektiv. Ein extremes Beispiel eines frequenzselektiven Fading-Kanals ist eine Übertragung mit ausgeprägtem Mehrwegeempfang.
Für praktisch wichtige Anwendungen kann vielfach ein nichtfrequenzselektiver Fading-Kanal vorausgesetzt werden. In diesem

Fall ist die komplexe Übertragungsfunktion H(f,t) über die Bandbreite des Sendesignals als konstant zu betrachten, d.h. man kann

$$H(f,t) = H(0,t) \tag{2.8}$$

setzen. Dies impliziert, daß die relativen Laufzeiten der für das Empfangssignal relevanten Pfade sehr klein sind gegenüber der Symboldauer T_s. Wegen (2.8) folgt aus (2.7) unmittelbar, daß H(O,t) selbst einen stationären, komplexen Gaußschen Prozeß repräsentiert. Dieser Prozeß kann mit Hilfe zweier reeller, voneinander statistisch unabhängiger Gaußprozesse - der Inphasekomponente I(t) und der Quadraturkomponente Q(t) - in der Form

$$H(o,t) = I(t) + jQ(t) = A(t)e^{j\Phi(t)} \tag{2.9}$$

dargestellt werden. Die Einhüllende $A(t)=\sqrt{I(t)^2+Q(t)^2}$, die sogenannte Fadingamplitude, und die Phase

$$\Phi(t) = \tan^{-1}\frac{I(t)}{Q(t)}$$

sind stochastische Prozesse, deren statistische Eigenschaften durch die beiden Gaußprozesse I(t) und Q(t) festgelegt sind. Das Empfangssignal nimmt mit (2.8) und (2.9) die einfache Form

$$\begin{aligned} r(t) &= \mathrm{Re}\{H(O,t)\ s_o(t)\ e^{j2\pi f_c t}\} \\ &= A(t)\ \mathrm{Re}\{s_o(t)\ e^{j(2\pi f_c t+\Phi(t))}\} \end{aligned} \tag{2.10}$$

an. (2.10) entnimmt man, daß das Fading nur multiplikativ auf das Sendesignal einwirkt: Amplitude und Phase des Signals erscheinen durch den Kanal "moduliert".
Ein besonders einfaches Empfangssignal erhält man, wenn ein unmoduliertes sinusförmiges Signal $\cos(2\pi f_c t)$ gesendet wird. Es ist dann

$$r(t) = \mathrm{Re}\{H(O,t)\ e^{j2\pi f_c t}\} = A(t)\cdot\cos(2\pi f_c t+\Phi(t))).$$

Das Verhalten des multiplikativen Fadings wird statistisch vollständig durch die Kovarianzfunktionen und die Mittelwerte m_I, m_Q der Inphase- und Quadraturkomponente beschrieben. Wird, wie in

dem betrachteten Modell vorausgesetzt, das Sendesignal an einer Vielzahl von Punkten gestreut oder reflektiert, ohne daß ein bestimmter gestreuter Signalanteil überwiegt, dann kann angenommen werden, daß für die Mittelwerte von I(t) und Q(t) $m_I=m_Q=0$ gilt und für die Streuungen $\sigma_I=\sigma_Q=\sigma$. Diesen Fall bezeichnet man als "Rayleighfading". Die Fadingamplitude hat eine Rayleigh-Verteilungsdichte

$$p_A(\alpha) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\sigma^2} \exp(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}) & ; \alpha \geq 0 \\ 0 & ; \alpha < 0 \end{cases} \qquad (2.11)$$

mit der mittleren Leistung $E\{A^2\} = 2\sigma^2$. Die Phase ist im Bereich $[0,2\pi]$ gleichverteilt und von A statistisch unabhängig.

Bei vielen praktisch wichtigen Fading-Kanälen, wie etwa beim maritimen Satellitenkanal [3], muß allerdings davon ausgegangen werden, daß neben den gestreuten Signalanteilen auch eine direkte Signalkomponente enpfangen wird. In diesem Fall weist die Fadingamplitude A eine Rice-Verteilungsdichte

$$p_A(\alpha) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\sigma^2} \exp(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2} - \frac{C}{M}) \; I_o(\alpha\frac{\sqrt{2C/M}}{\sigma}); & \alpha \geq 0 \\ 0 & ; \alpha < 0 \end{cases} \qquad (2.12)$$

auf, und man spricht von "Ricefading". Der zur Charakterisierung der Verteilung wichtige Parameter C/M in (2.12) gibt das Leistungsverhältnis von direktem zu gestreuten Signalanteil an.

Das allgemeinere Modell eines Ricefading-Kanals ist in Bild 2 dargestellt. Dabei ist neben der Fading-Störung additives weißes Gaußsches Rauschen mit der einseitigen Rauschleistungsdichte N_o vorausgesetzt.

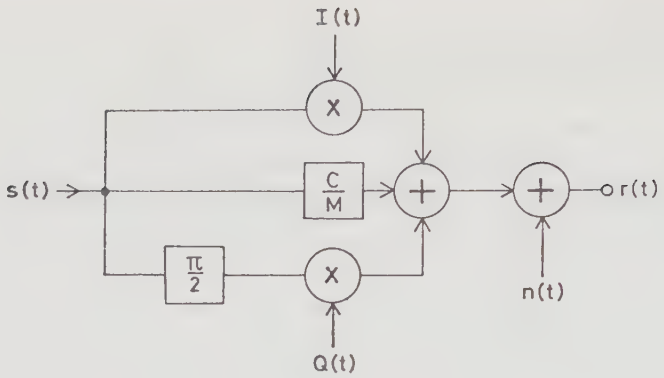

Bild 2 Modell eines Ricefading-Kanals

Die folgenden Untersuchungen konzentrieren sich vor allem auf den Rayleighfading-Kanal für den praktisch wichtigen Fall [3] des "langsamen Rayleighfadings". In diesem Fall ist die spektrale Leistungsdichte der multiplikativen Störung relativ zur Signalbandbreite eng begrenzt, so daß Fadingamplitude A(t) und Phasenstörung $\Phi(t)$ zumindest während einer Symboldauer T_s als konstant angesehen werden können. Das bedeutet, daß in jedem Zeitpunkt i zu einem Symbol y_i $A(t)=A_i$ und $\Phi(t)=\Phi_i$ gesetzt werden darf. Diese sinnvolle Einschränkung erleichtert die mathematische Behandlung erheblich. Unter diesen Voraussetzungen weisen die empfangenen Symbolfolgen am Ausgang des aus Modulator, Fadingkanal und Demodulator gebildeten diskreten Kanals statistisch abhängige Fehler auf, so daß die Fehler demzufolge vorzugsweise in Bündeln erscheinen. Man spricht von einem diskreten Kanal mit "Gedächtnis".

Der "gespreizte" diskrete Kanal

Wie oben erwähnt, empfehlen sich für Fading-Kanäle Verfahren der Kanalcodierung, da sie hohe Codiergewinne versprechen. Diese theoretisch günstige Situation stellt sich allerdings in der Praxis weit weniger günstig dar, wenn man Aufwand und Komplexität der für derartige gedächtnisbehafteten Kanäle dann notwendigen Codierverfahren mit berücksichtigt. Insbesondere können in der Regel zu lange Fehlerbündel nicht toleriert werden. Vielmehr sind gerade effiziente Codier/Decodier-

verfahren, wie z.B. die Viterbi Maximum Likelihood Decodierung, häufig zur Korrektur statistisch unabhängiger Einzelfehler konzipiert und versagen beim Auftreten von Bündelfehlern. Um dennoch solche Verfahren anwenden zu können, transformiert man den gedächtnisbehafteten diskreten Kanal in einen gedächtnisfreien Kanal. Eine bekannte Methode hierzu ist die sogenannte Spreizung ("interleaving"), die der Modulation vorgeschaltet wird. Bild 3 zeigt das Modell eines digitalen Übertragungssystems mit durch Spreizungs- und Entspreizungsstufe erweiterten diskreten Kanal. Diesen Kanal bezeichnet man als "gespreizten" diskreten Kanal.

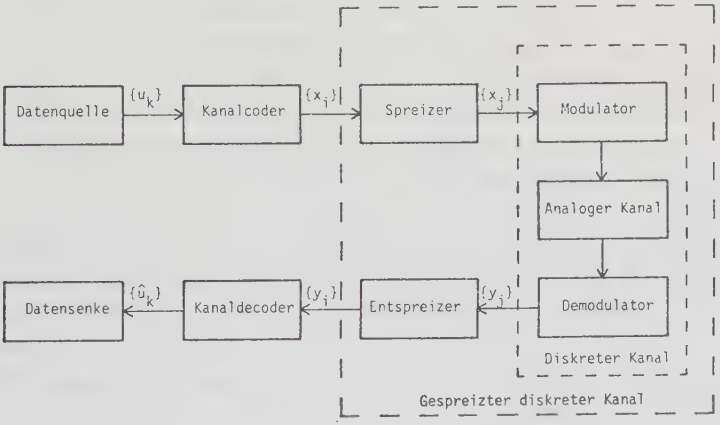

Bild 3 Modell einer digitalen Übertragung mit Codierung und Spreizung

Die einfachste Art einer Spreizung ist in Bild 4 veranschaulicht.
Zur Spreizung wird die codierte Folge $\{x_i\}$ zeilenweise in eine Matrix eingelesen und spaltenweise über den diskreten Kanal gesendet. Dies entspricht einer Umordnung der Folge $\{x_i\}$ in eine Folge $\{x_j\}$. Am Ausgang des diskreten Kanals wird die übertragene Folge $\{y_j\}$ in eine gleichartige Matrix spaltenweise gefüllt und die Codefolge $\{y_i\}$ zeilenweise an den Decoder weitergegeben.
Die Anzahl M der Spalten wird durch das Codier/Decodierverfahren bestimmt und die Länge N der Zeilen durch die mittlere Länge der

Fehlerbündel. Fehlerbündel in der übertragenen Folge $\{y_j\}$, deren Längen kleiner als die Spaltenlänge der Matrix sind, führen zu Einzelfehlern in der Codefolge $\{y_i\}$. Bei hinreichend großer Spaltenlänge können dann Fehler in $\{y_i\}$ weitgehend als statistisch unabhängig betrachtet werden, so daß der so gespreizte diskrete Kanal als gedächtnisfrei angesehen werden kann; einen solchen Kanal bezeichnet man als "vollständig gespreizt". Das Spreizverfahren führt zu einer Verzögerung von $2 \cdot T_s \cdot M \cdot N$.
Die Folge $\{y_i\}$ am Ausgang des vollständig gespreizten Kanals enthält direkt keine Informationen mehr über die momentanen Übergangswahrscheinlichkeiten, somit wird das Gedächtnis des diskreten Kanals nicht ausgenutzt. Andererseits könnte eine Information über den augenblicklichen Kanalzustand bei der Decodierung zu einer sichereren Entscheidung verwendet werden. In der Praxis wird daher häufig noch zusätzliche Information über den momentanen Kanalzustand vom Empfangssignal etwa am Ausgang des analogen Kanals abgeleitet und dem Decoder zugeführt. Der so organisierte gespreizte Kanal, der die Anwendung effizienter Codier- und Decodierverfahren erlaubt, bietet damit also selbst bei vollständiger Spreizung die Möglichkeit der Ausnutzung des Gedächtnisses. Im Falle des Fadingkanals, der in Kapitel 3 ausführlich untersucht wird, wird beispielsweise als Kanalzustandsinformation am Ausgang des analogen Kanals die momentane Störleistung herangezogen.

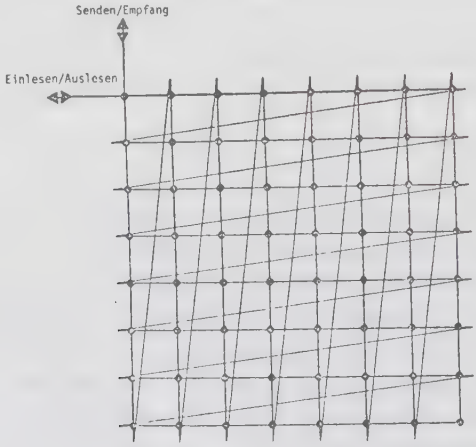

Bild 4 Beispiel für Spreizung/Entspreizung

2.2 Darstellung der Modulationsverfahren im "Signalraum", der Vektor-Kanal

Aus der Nachrichtentheorie sind zahlreiche Modulationsverfahren bekannt. In der vorliegenden Arbeit werden exemplarisch einige wichtige Modulationsverfahren, die in modernen digitalen Übertragungssystemen verwendet werden, untersucht. Im einzelnen werden die folgenden Verfahren behandelt:

BPSK:	Binary Phase Shift Keying
q-PSK:	q-ary Phase Shift Keying
BFSK:	Binary Frequency Shift Keying
q-FSK:	q-ary Frequency Shift Keying
MSK:	Minimum Shift Keying
QASK:	Quadrature Amplitude Shift Keying
q-DPSK:	Differentially Coherent Phase Shift Keying
Ink.q-FSK:	Incoherent q-ary Frequency Shift Keying

Die unterschiedlichen Modulationsverfahren können eine Vektorkonfiguration im sogenannten Signalraum dargestellt werden. Diese Darstellung soll im folgenden am Beispiel von QPSK bzw. BPSK erläutert werden. Eine ausführlichere Behandlung findet sich in [4].

Nach dem in Bild 1 vorgestellten Modell eines digitalen Übertragungssystems werden im Modulator die am Ausgang des Kanalcodierers erscheinenden Codesymbole in die dem jeweiligen Übertragungsmedium angepaßten Sendesignale umgeformt. Erscheint am Eingang des Modulators ein Symbol a_k aus dem Codealphabet X, so wird während der Symboldauer T_s ein a_k zugeordnetes Signal $s_k(t)$ mit einer bestimmten Signalenergie E_{s_k} gesendet. Die Zuordnungsvorschrift zwischen a_k und $s_k(t)$ wird dabei durch das Modulationsverfahren bestimmt. Besitzt das Codealphabet insgesamt q Symbole, so umfaßt auch das für ein Modulationsverfahren charakteristische Ensemble aller Sendesignale $\{s_1(t),\ldots,s_q(t)\}$ q Elemente. Zur Vereinfachung der weiteren mathematischen Behandlung werden die Signale aus dem Ensemble der energiebeschränkten Sendesignale als Linearkombination

$$s_k(t) = \sum_{l=1}^{M} s_{l,k}\phi_l(t) \qquad (2.13)$$

von M geeignet gewählten, orthonormalen Funktionen $\phi_1(t),\ldots,\phi_M(t)$ dargestellt. Die Koeffizienten

$$s_{l,k} = \int_{-\infty}^{\infty} s_k(t)\ \phi_l(t)dt \tag{2.14}$$

dieser Linearkombination bilden einen M-dimensionalen Vektor, den "Signalvektor"

$$\underline{s}_k = (s_{1,k},\ldots,s_{M,k})$$

im euklidischen "Signalraum". Jedes der q Signale $s_k(t)$ wird also in einen Signalvektor $\underline{s}_k$ abgebildet. Umgekehrt repräsentiert allerdings eine bestimmte Konfiguration von q Signalvektoren im Signalraum eine ganze Klasse von Modulationsverfahren, die sich durch das orthonormale Funktionssystem unterscheiden. Der Betrag eines Signalvektors hängt von der Energie E_{s_k} des Sendesignals ab. Es gilt die bekannte Parseval-Relation

$$E_{s_k} = \int_{-\infty}^{\infty} s_k^2(t)\ dt = |\underline{s}_k|^2 \ . \tag{2.15}$$

Für die mittlere gesendete Energie E_s pro Symbol erhält man mit der Wahrscheinlichkeit P(x) für das Auftreten eines Codesymbols am Eingang des Modulators

$$E_s = \sum_{k=1}^{q} P(a_k)\cdot E_{s_k} = \sum_{k=1}^{q} P(a_k)\,|\underline{s}_k|^2 \ . \tag{2.16}$$

Werden alle Symbole mit gleicher Energie E übertragen, so ist $E_s = E$.

Es wird nun das Beispiel QPSK, also die Vierphasenumtastung, betrachtet. Bei diesem sehr einfachen und bekannten Modulationsverfahren werden vier Symbole $a_1,\ldots,a_4$ derart phasenmoduliert, daß, abhängig von dem anliegenden Symbol a_k während der Zeitdauer $0 \le t \le T_s$ ein Signal

$$s_k(t) = \sqrt{\frac{2E}{T_s}}\ \sin(2\pi f_c t + \frac{\pi}{2}(k-1));\ k=1,2,3,4$$

mit der Energie E gesendet wird. Diese Signale können gemäß (2.13) als Linearkombination aus den beiden orthonormalen Funktionen

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin(2\pi f_c t); \quad 0 \le t \le T_s$$

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(2\pi f_c t); \quad 0 \le t \le T_s$$

mit den in Bild 5 veranschaulichten Koeffizienten $\underline{s}_k=(s_{1,k},s_{2,k})$ dargestellt werden.

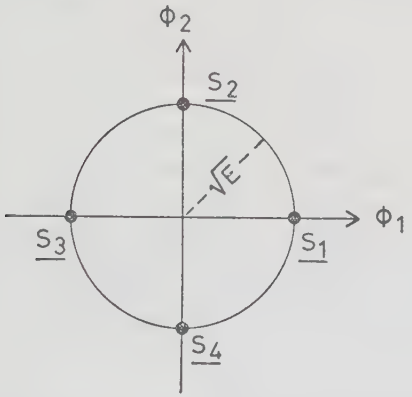

Bild 5 Signalraumdarstellung von QPSK.

Zur Darstellung der BPSK, der Zweiphasenuntastung, genügt im Signalraum bereits die reelle Achse, da abhängig vom binären Symbol a_1,a_2 eine Phasenumtastung um 180^o erfolgt und daher die beiden Signalvektoren $\underline{s}_1$ bzw. $\underline{s}_2$ den Vektoren $\underline{s}_1$ bzw. $\underline{s}_3$ in Bild 5 entsprechen. Bei beiden Verfahren werden alle Symbole mit der gleichen Energie E übertragen, so daß E die mittlere Energie E_s pro Symbol bezeichnet.

Für alle hier betrachteten Modulationsverfahren und Kanäle kann auch zur Behandlung der Demodulation das Empfangssignal r(t) durch eine vektorielle Größe - den Empfangsvektor $\underline{r}$ - ersetzt werden. Dieser Vektor wird der anschließenden Symbolentscheidung zugrundegelegt. Damit läßt sich der Teil der Übertragungsstrecke, an dessen Eingang der Vektor $\underline{s}_k$ und an dessen Ausgang der Empfangs-

vektor $\underline{r}$ anliegt, zu einem in Bild 6 dargestellten "Vektor-Kanal" zusammenfassen.

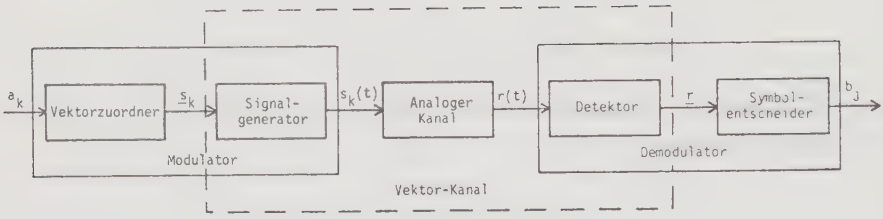

Bild 6 Darstellung des Vektor-Kanals

In einem Vektor-Kanal mit AWGN als Störung erscheint am Ausgang des analogen Kanals während der Symboldauer T_s das Signal $r(t)$ gemäß (2.3). Bildet man nach (2.14) mit den gleichen orthonormalen Funktionen $\phi_l(t)$ wie beim Sendesignal die Entwicklungskoeffizienten r_l von $r(t)$, so erhält man den Vektor

$$\underline{r} = \underline{s}_k + \underline{n} = (r_1,\ldots,r_M) \quad . \tag{2.17}$$

Die Komponenten r_l von $\underline{r}$ schwanken wegen des Rauschanteiles zufällig; $\underline{r}$ ist also ein stochastischer Vektor. Dieser stochastische Vektor enthält die gesamte Information, die für eine optimale Symbolentscheidung notwendig ist (Irrelevanztheorem [4]). Der Vektor $\underline{r}$ liegt der Symbolenentscheidung bei kohärenter Demodulation zugrunde, wenn also neben der üblicherweise angenommenen perfekten Symbolsynchronisation auch eine perfekte Phasensynchronisation vorausgesetzt wird.
Der Vektor $\underline{n} = (n_1,\ldots,n_M)$ ist ein Gaußscher Zufallsvektor, seine voneinander statistisch unabhängigen Komponenten

$$n_l = \int_{-\infty}^{\infty} n_w(t)\phi_l(t)\,dt \quad ; \; l = 1,2,\ldots,M$$

sind gemäß

$$p_n(\underline{n}) = (\pi N_o)^{-M/2} \exp(-|\underline{n}|^2/N_o) \qquad (2.18)$$

gemeinsam gaußverteilt. Daher ist auch $\underline{r}$ ein Gaußscher Zufallsvektor. Geht man auch im Falle eines Kanals mit langsamen Rayleighfading davon aus, daß dem Empfänger ein Vektor

$$\underline{r} = A\,\underline{s}_k + \underline{n} \qquad (2.19)$$

mit der reellen Fadingamplitude A und dem Gaußschen Zufallsvektor $\underline{n}$ zur Symbolentscheidung zur Verfügung steht, so setzt auch dieser Ansatz voraus, daß im Empfänger eine perfekte Phasensynchronisation durchgeführt wird. Wegen der langsamen Fadingschwankungen ist diese Voraussetzung praktisch erfüllbar. Dies soll wiederum am Beispiel von QPSK in einem Fading-Kanal verdeutlicht werden. Das Empfangssignal ist hier gemäß (2.10) durch

$$r(t) = A\sqrt{\frac{2E}{T_s}}\sin(2\pi f_c t + \frac{\pi}{2}(k-1) + \Phi) + n_w(t)$$

gegeben. Im kohärenten QPSK-Empfänger - wie er in Bild 7 dargestellt wird - liegt nach Multiplikation mit $\sqrt{\frac{2}{T_s}}\cos(2\pi f_c t+\Phi)$

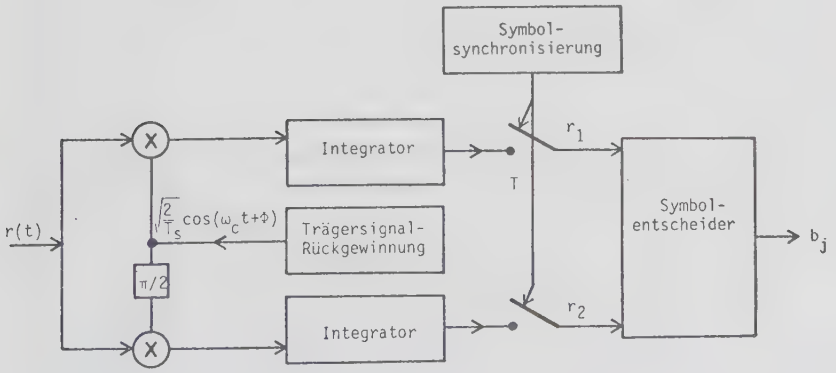

Bild 7 Blockschaltbild eines kohärenten QPSK-Demodulators.

bzw. $\sqrt{\frac{2}{T_s}}\ \sin(2\pi f_c t+\phi)$ und Integration über jeweils eine Symbolzeit T_s der zweidimensionale stochastische Vektor

$$\underline{r} = A\ \underline{s}_k + \underline{n}\ ;\quad k = 1,2,3,4$$

am Ausgang des Integrators nach Ablauf der Zeitspanne T_s an. Entsprechend erhält man im Falle von BPSK die skalare Größe

$$r = A\ s_k + n\ ;\quad k = 1,2\ .$$

Abschließend sei betont, daß der Vektor-Kanal bzw. der stochastische Vektor $\underline{r}$ nur von der Wahl der Signalvektoren, nicht jedoch von dem speziell gewählten Funktionensystem $\{\phi_l(t)\}$ abhängt. Die mit Hilfe des Vektor-Kanals berechneten Ergebnisse sind deshalb invariant gegenüber Transformationen des orthonormalen Funktionensystems und daher von großer Allgemeinheit.

2.3 Das R_o-Kriterium

Als geeignetes Kriterium zur Beurteilung eines Modulationsverfahrens in einem digitalen Übertragungssystem mit Kanalcodierung bietet sich die informationstheoretische Kanalkapazität C an. Für einen diskreten gedächtnisfreien Kanal (DMC) ist die Kanalkapazität C durch den Ausdruck

$$C = \max_{P(x)} \sum_{x\in X} \sum_{y\in Y} P(x)\, P(y|x)\, \mathrm{ld}\, \frac{P(y|x)}{\sum_{x\in X} P(x)P(y|x)} \qquad (2.20)$$

gegeben. Sie ist der maximal mögliche Wert der mittleren Transinformation in bit/Symbol, der bei Variation der Wahrscheinlichkeitsverteilung P(x) für das Auftreten eines Codesymbols am Eingang des diskreten gedächtnisfreien Kanals angenommen wird. Die Formulierung (2.20) gilt für diskrete Symbolvorräte an Eingang und Ausgang des Kanals, kann aber leicht auf kontinuierliche Größen erweitert werden. Die Kanalkapazität hängt, wie aus (2.20) hervorgeht, nur von den Eigenschaften des diskreten Kanals, also von Modulations- und Demodulationsverfahren und dem analogen Nachrichtenkanal ab. Sie gibt insbesondere die absolute Grenze für die Coderate R an, die eine beliebig zuverlässige Übertragung gewährleistet. Nach dem Kanalcodiertheorem von Shannon kann nämlich die Fehlerwahrscheinlichkeit nach der Decodierung dann und nur dann beliebig klein gemacht werden, wenn die Coderate kleiner als die Kapazität gewählt wird. Hierzu muß allerdings die Länge N der Codewörter gegen Unendlich gehen. Dies hat nicht nur eine zunehmend lange Verzögerungszeit, sondern auch eine anwachsende Komplexität bei der Decodierung zur Folge.

Gegen die Verwendung der Kanalkapazität als Beurteilungskriterium spricht die Tatsache, daß die Kanalkapazität keine Aussagen über die von Null verschiedenen Fehlerwahrscheinlichkeiten bei endlichen Codelängen erlaubt, die in der Praxis nur realisiert werden können. Zudem hat sich gezeigt, daß bei allen bekannten praktikablen Codier- und Decodierverfahren für kleine Fehlerwahrscheinlichkeiten die Coderaten in der Regel weit unterhalb der Kapazität C liegen. Die absoluten Grenzen sind dann nicht mehr von praktischem Nutzen.

Wozenkraft [4] und Massey [1] haben daher als Beurteilungskriterium für ein Modulationsverfahren in Übertragungssystemen mit Kanalcodierung die Cut-Off-Rate R_o, die zudem unabhängig vom speziellen Codierverfahren ist, vorgeschlagen. Für einen DMC ist die Cut-Off-Rate als

$$R_o = \max_{P(x)} \left[- \mathrm{ld} \sum_{y \in Y} \left(\sum_{x \in X} P(x) \sqrt{P(y|x)} \right)^2 \right] \qquad (2.21)$$

definiert. Wählt man den Logarithmus zur Basis 2, so ist die Einheit von R_o bit/Symbol. Das Maximum ist wiederum über alle möglichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen P(x) am Eingang des DMC zu bilden. Allgemein gilt $R_o \leq C$. R_o hängt, wie man (2.21) entnehmen kann, ebenso wie die Kanalkapazität nur von dem DMC und damit von dem Modulations- und Demodulationsverfahren und dem analogen Nachrichtenkanal ab und kann so sowohl bei Blockcodes als auch bei Faltungscodes zur Schätzung der Fehlerwahrscheinlichkeit nach der Decodierung verwendet werden. Wie Gallager ausführlich darstellt [5, Chap. 5](siehe auch [4]) läßt sich bei einem Blockcode, bei dem den aus K Informationsbits bestehenden Nachrichten Codewörter $\underline{x}_m$, die N Symbole umfassen und mit der Wahrscheinlichkeit $P(\underline{x}_m)$ auftreten, zugeordnet werden, die mittlere Fehlerwahrscheinlichkeit $\overline{P}_e$ nach einer Maximum-Likelihood Decodierung durch den Ausdruck

$$\overline{P}_e \leq (2^K - 1)\, 2^{-NR_o} \leq 2^{-N(R_o - R)} \quad ; \; R < R_o \qquad (2.22)$$

mit R_o gemäß (2.21) abschätzen. Dabei wird vorausgesetzt, daß in einem Codewort jedes einzelne Symbol x_{mj} statistisch unabhängig gewählt ist, so daß

$$P(\underline{x}_m) = \prod_{j=1}^{N} P(x_{mj})$$

durch die Wahrscheinlichkeiten $P(x_{mj})$ der einzelnen Codesymbole gegeben ist. Die Mittelung von P_e erstreckt sich über alle Wahrscheinlichkeiten $P(\underline{x}_m)$, die sich bei allen möglichen Zuordnungen der 2^K Nachrichten zu 2^K Codewörtern aus der Menge aller Codewörter der Länge N ergeben (falls die Codewörter ebenfalls aus

Binärzeichen gebildet werden, gäbe es genau 2^N mögliche Codewörter). Daraus geht hervor, daß auch zumindest ein Satz von Codewörtern $\{\underline{x}_m\}$, also eine spezielle Zuordnung der 2^K Nachrichten, existieren muß, für die die Fehlerwahrscheinlichkeit kleiner $\overline{P}_e$ ist. Bei nur zwei Codewörtern, also im Falle k=1, gilt $\overline{P}_e \leq 2^{-NR_o}$ und R_o wird als "Two codeword exponent" bezeichnet.

Gallager zeigt weiter, daß die mittlere Fehlerwahrscheinlichkeit bei der Maximum-Likelihood Decodierung allgemein besser durch

$$\overline{P}_e \leq 2^{-N\,E(P(y|x),R,N)} \quad ; \; E(\cdot) > 0 \text{ für } R < C \tag{2.23}$$

abgeschätzt werden kann. Der in (2.23) auftretende "Random-Coding-Exponent" $E(P(y|x),R,N)$ ist eine in der Regel komplizierte Funktion der Coderate, die bereichsweise numerisch berechnet werden muß. Es läßt sich jedoch zeigen, daß für $R \leq R_o$ sicherlich $E(P(y|x),R,N) \geq R_o - R$ gilt mit Gleichheit in einem "mittleren" Bereich der Coderate R. In diesem Bereich ist also R_o-R mit dem "Random-Coding-Exponenten" identisch.
Wie z.B. auch in [4] (p. 346/347) gezeigt, stimmt für Raten R größer oder gleich der sogenannten "kritischen" Rate R_c der Random-Coding-Exponent E mit der oberen Grenze aller möglichen Exponenten für hinreichend großes N überein. Somit gibt E im Bereich $R_c \leq R \leq C$ dann den Fehlerexponenten der besten Codes an. Da R_o-R in der Umgebung von R_c wiederum mit E übereinstimmt, liefert R_o-R in dieser Umgebung den bestmöglichen Exponenten zur Abschätzung der Fehlerwahrscheinlichkeit bei großen N.

Bei Faltungscodierung ist die "Cut-Off-Rate" R_o von ebenso praktischer Bedeutung wie für die Blockcodierung. Von Viterbi [6] konnte gezeigt werden, daß die mittlere Fehlerwahrscheinlichkeit eines Codeensembles mit Maximum-Likelihood Decodierung für $R < R_o \leq C$ durch

$$\overline{P}_e \leq c_R\, 2^{-K\frac{R_o}{R}} \tag{2.24}$$

abgeschätzt werden kann. c_R bezeichnet eine kleine von der Code-

rate R abhängige Größe und K die Einflußlänge ("constraint length") des Faltungscode in Informationsbits. Für Coderaten in der Nähe von R_o gibt der Exponent in (2.24) ebenfalls den bestmöglichen Exponenten an [6,7]. Darüberhinaus ist die "Cut-Off-Rate" eine realistische Grenze bei Faltungscodes mit sequentieller Decodierung. Die Anwendbarkeit dieses Decodierverfahrens hängt von der Anzahl der Decodierschritte ab, die ihrerseits in Abhängigkeit von den momentanen Störungen variiert. Es läßt sich zeigen, daß bei sequentieller Decodierung die mittlere Anzahl der Decodierschritte pro decodiertem Symbol nur für Coderaten $R \leq R_o$ endlich bleibt, so daß die Cut-Off-Rate die Grenze bezeichnet, bis zu der effektiv decodiert werden kann.

Die eine Größe R_o liefert somit für große N sowohl einen realistischen R-Bereich, in dem eine beliebig zuverlässige Übertragung möglich ist, als auch die Angabe einer oberen Schranke für die mittlere Fehlerwahrscheinlichkeit nach der Decodierung. Da jedoch für kleinere Codelängen diese Schranke keine absolute Grenze darstellt, kann häufig aus R_o noch nicht auf die wirklich auftretende mittlere Fehlerwahrscheinlichkeit geschlossen werden. Hierzu sind weitere Untersuchungen erforderlich. Sie haben z.B. für die Blockcodierung ergeben, daß nur für "mittlere" Coderaten

$$\overline{P}_e \cong 2^{-N(R_o-R)} \tag{2.25}$$

gilt. Bei großen Coderaten (wenige Prüfstellen) sind nämlich reale Codes meist besser als "zufällige" Codes und $2^{-N(R_o-R)}$ ergibt einen zu großen Wert: die Abschätzung ist zu pessimistisch. Für kleine Coderaten kann sogar $2^{-N(R_o-R)}$ zu kleine Werte annehmen, die nur mit Maximum-Likelihood Decodierung eingehalten werden kann, die sich aber in der Praxis meist nicht durchführen läßt; dort ist dann $2^{-N(R_o-R)}$ eine zu optimistische Abschätzung [4].

Das R_o-Kriterium läßt sich auch auf gedächtnisbehaftete Kanäle anwenden. Im vorliegenden Fall wird davon ausgegangen, daß der

gedächtnisbehaftete Kanal durch vollständige Spreizung in Hinblick auf den Decoder als gedächtnisfrei betrachtet werden kann, dem Decoder aber durch Ausnutzung des Gedächtnisses mit jedem Empfangssymbol y_i auch ein Schätzwert $\hat{z}_i$ einer Größe z_i zur Verfügung steht, die zusammengefaßt Informationen über die momentanen Übergangswahrscheinlichkeiten des Kanals enthält und als "Kanalzustandsinformation" bezeichnet ist. Der gespreizte diskrete Kanal läßt sich dann mit den bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(y|x,z)$ $y\varepsilon Y$, $x\varepsilon X$ charakterisieren, wobei aufgrund der Gedächtnisfreiheit die zeitliche Indizierung entfallen kann.

Zur Schätzung $\hat{z}_i$ des Kanalzustands zum Zeitpunkt i wird im Falle des langsamen Rayleighfading-Kanals der Schätzwert $\hat{A}_i$ der augenblicklichen Fadingamplitude A_i herangezogen. Die Fadingamplitude läßt sich wegen der langsamen Änderungen aus einer schmalbandigen Messung des momentanen Signal-Geräusch-Leistungsverhältnisses recht genau bestimmen. Zur Ableitung der verallgemeinerten Darstellung von R_o bei Verwendung von Kanalzustandsinformation seien die Übergangswahrscheinlichkeiten $P(y|x,z)$ und die Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(z)$ des Kanals gegeben, ebenso die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(\hat{z}|z)$, die die "Zustandsschätzung" mathematisch beschreiben. (Die Formulierungen beschränken sich auf diskrete y,z und $\hat{z}$, lassen sich aber leicht für wertkontinuierliche Größen erweitern)

Mit dem "empfangenen" Wertepaar $(y,\hat{z})$ folgt unmittelbar die Verallgemeinerung

$$R_o = \max_{P(x)} \{- \mathrm{ld} \sum_{y,\hat{z}} \Big(\sum_{x} P(x) \sqrt{P(y,\hat{z}|x)} \Big)^2 \} \qquad (2.26)$$

von (2.21).

Die Summationen sind jeweils über das Alphabet der Eingangs- und Ausgangssymbole und über die möglichen Schätzwerte $\hat{z}$ auszuführen. Die Einheit ist bit/Symbol. Da weder die Kanalzustandsinformation z noch die Schätzung $\hat{z}$ von dem Sendesymbol abhängen soll, kann (2.26) auch in der Form

$$R_o = \max_{P(x)} \{-1d \sum_{\hat{z}} P(\hat{z}) \sum_{y} (\sum_{x} P(x)\sqrt{P(y|x,\hat{z})})^2\} \qquad (2.27)$$

dargestellt werden. $P(\hat{z})$ ist die mittlere Wahrscheinlichkeit, mit der $\hat{z}$ geschätzt wird. Sie berechnet sich mit

$$P(\hat{z}) = \sum_{z} P(\hat{z}|z)\ P(z) \qquad (2.28)$$

aus den gegebenen Größen $P(z)$ und $P(\hat{z}|z)$. Ebenso einfach lassen sich die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(y|x,\hat{z})$ durch bekannte Größen ausdrücken. Mit

$$P(y|\hat{z})\ P(\hat{z}) = P(y,\hat{z}) = \sum_{z} P(z)\ P(\hat{z}|z)\ P(y|z)$$

folgt

$$P(y|x,\hat{z}) = \sum_{z} P(z)\ \frac{P(\hat{z}|z)}{P(\hat{z})}\ P(y|x,z)\ . \qquad (2.29)$$

Zwei Spezialfälle sind von besonderem Interesse:

- Nimmt man an, daß kein Schätzwert vorliegt, bzw. $\hat{z}$ von z unabhängig ist, d.h. daß

  $$P(\hat{z}|z) = P(\hat{z}),$$

  gilt, so vereinfacht sich (2.29) zu

  $$P(y|x,\hat{z}) = \sum_{z} P(z)\ P(y|x,z) = P(y|x),$$

  und man erhält wieder (2.21):

$$R_o = \max_{P(x)} \{-1d \sum_{y} (\sum_{x} P(x)\sqrt{\sum_{z} P(z)P(y|x,z)})^2\}$$
$$= \max_{P(x)} \{-1d \sum_{y} (\sum_{x} P(x)\sqrt{P(y|x)})^2\} \qquad (2.30)$$

Entspricht dagegen der Schätzwert $\hat{z}$ im Idealfall exakt z, so ergibt sich für R_o die Beziehung

$$R_o = \max_{P(x)} \{-1d \sum_z P(z) \sum_y \Big(\sum_x P(x)\sqrt{P(y|x,z)}\Big)^2\}, \quad (2.31)$$

die formal aus (2.27) durch Ersetzen von $\hat{z}$ durch z erhalten werden kann.

Bei Erweiterung dieser Ergebnisse auf wertkontinuierliche Größen y, z und $\hat{z}$, sind die Summationen durch Integrationen und die Wahrscheinlichkeiten durch die entsprechenden Dichtefunktionen zu ersetzen.

3. Exemplarische Untersuchungen ausgewählter Übertragungssysteme

Vor der systematischen Untersuchung der verschiedenen oben genannten Modulationsverfahren bei Rayleighfading-Kanälen in Kap. 4 soll zunächst an zwei wichtigen speziellen Beispielen das Übertragungsverhalten eines Rayleighfading- und eines Gilbert-Elliott-Kanals bei Berücksichtigung des Kanalzustandes untersucht und mit Hilfe der Cut-Off-Rate R_o bewertet werden.

3.1 Rayleighfading-Kanal bei BPSK-Modulation

Der aus Modulator, langsamem Rayleighfading-Kanal und Demodulator gebildete diskrete Kanal wird vollständig gespreizt vorausgesetzt. Als Modulationsverfahren wird die in der Raumfahrt häufig eingesetzte Zweiphasenumtastung BPSK mit kohärenter Demodulation betrachtet. BPSK ist im AGWN-Kanal optimal, wenn die Symbolentscheidung über nur eine Symbol- bzw. Bitdauer erfolgt , vor allem aber ist die Realisierung von Modulator und Demodulator relativ einfach.
Die Annahme eines ideal kohärenten Empfangs wird für einen hinreichend langsamen Fadingkanal dadurch gerechtfertigt, daß es hier einem kohärenten BPSK-Empfänger gelingt, die langsamen Kanalphasenschwankungen $\phi(t)$ des Empfangssignals vollständig oder nahezu vollständig auszuregeln, wenn vor allem die Bandbreite der Phasenregelschleife (PLL) zur Trägersignal-Rückgewinnung geeignet groß gegenüber der Fadingbandbreite gewählt wird. In den Fällen, in denen eine perfekte Trägersignal-Rückgewinnung nicht erreicht werden kann, geben die Resultate auf Grund der Überlegungen in 2.2 die obere Grenze an. Über die Ergebnisse wurde erstmals 1979 berichtet [8].

Nach Bild 8, das den im vorliegenden Fall einfachen Vektorkanal veranschaulicht, liegt am Ausgang des Integrators (siehe Bild 7) des kohärenten BPSK-Demodulators zum Abtastzeitpunkt gemäß 2.2 die skalare, wertkontinuierliche Zufallsgröße, die Entscheidungsvariable

$$r = A\, s_k + n\,, \quad k=1,2, \tag{3.1}$$

an.

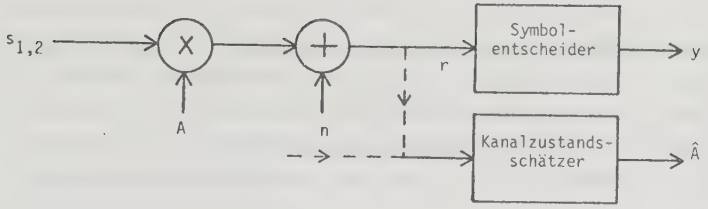

Bild 8 Vektor-Kanal bei kohärentem BPSK mit Kanalzustands-schätzung am Fading-Kanal

Die beiden Signalvektoren $s_1 = \sqrt{E_s}$ und $s_2 = -\sqrt{E_s}$ sind den binären Codesymbolen a_1 und a_2 zugeordnet: $a_1 \hat{=} s_1$; $a_2 \hat{=} s_2$. Sie werden, jeweils abhängig vom Erscheinen eines bestimmten Codesymbols am Eingang des Modulators während der Zeit T_s gesendet. Hierbei gibt E_s die mittlere Energie pro gesendetem Symbol an. Die Fadingamplitude A ist rayleighverteilt mit der Verteilungsdichte

$$p_A(\alpha) = 2\alpha e^{-\alpha^2} ; \quad \alpha \geq 0. \tag{3.2}$$

O.B.d.A. wurde $E\{A^2\} = 1$ gewählt, da E_s dann auch die mittlere Energie pro übertragenem Symbol bezeichnet. Das additive Rauschen n hat eine Gaußdichte gemäß (2.1). Weil n sowohl von s_k als auch von A unabhängig ist, folgt aus (2.1) zusammen mit (3.1) für die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Entscheidungsvariablen r unter der Bedingung, daß ein bestimmtes Binärsymbol $a_k \hat{=} s_k$ gesendet wird und die Fadingamplitude A gerade den Wert $A=\alpha$ annimmt,

$$p(r|s_k, A=\alpha) = p_n(r-\alpha s_k) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_o}} e^{-\frac{(r-\alpha s_k)^2}{N_o}} . \tag{3.3}$$

Wie Bild 8 zeigt, sei ein Kanalzustandsschätzer angenommen, der aus Informationen des analogen Kanals im allgemeinen Fall mit jedem Empfangssymbol y auch einen Schätzwert $\hat{A}$ der momentanen Fadingamplitude A abgibt. Zusammen mit y gelangt der Schätzwert A zur Entspreizung und anschließend zum Decoder. Die Ent-

scheidung bei Symbolentscheidung und Kanalzustandsschätzung kann auf unterschiedliche Weise geschehen. Wird y oder $\hat{A}$ durch eine Ja-Nein-Entscheidung als Binärwert gewonnen, so spricht man von einer "harten" Entscheidung (hard decision), anderenfalls von einer "weichen" Entscheidung (soft decision); die Größen y und $\hat{A}$ liegen dann als wertkontinuierliche Größen vor.

Die in Tabelle 1 zusammengestellten "Entscheidungsarten" sollen nun genauer betrachtet werden. Dabei wird das Beurteilungskriterium R_o als Funktion des mittleren Signal-Geräuschabstands, bzw. des Verhältnisses von mittlerer Energie pro übertragenem Symbol zur Rauschleistungsdichte E_s/N_o bestimmt.

Tabelle 1 Enscheidungsarten

Bezeichnung	Signalformen am Eingang des Decoders	
	y	$\hat{A} = A$
YHAN	binär	–
YSAN	kontinuierlich	–
YHAH	binär	binär
YHAS	binär	kontinuierlich
YSAS	kontinuierlich	kontinuierlich

YHAN

Zunächst sei die übliche Übertragung betrachtet, bei der nur die statistischen Eigenschaften von A dem Decoder a priori bekannt sind, nicht aber der augenblickliche Wert dieser Größe. Am Ausgang des Demodulators erscheint eine binäre Empfangsfolge aus den Zeichen y_i, die dem gleichen binären Symbolvorrat wie die gesendeten Codesymbole angehören. Der Symbolvorrat y umfaßt also nur zwei Elemente mit einer Zuordnung $b_1 \hat{=} a_1$ und $b_2 \hat{=} a_2$, es liegt eine "harte" Symbolentscheidung vor. Eine Symbolentscheidung für eines der beiden Elemente ist dann optimal, wenn die Wahrscheinlichkeit, daß eine Entscheidung $y=b_1$ getrof-

fen wird, obgleich a_2 gesendet wurde, und umgekehrt, - mithin die Fehlerwahrscheinlichkeit -, ein Minimum annimmt. Wie z.B. in [4] gezeigt, ist dies der Fall, falls allen $r \geq 0$ der Wert bzw. das Symbol $y=b_1$ und allen $r < 0$ das Symbol $y=b_2$ zugewiesen wird und am Ausgang des Demodulators erscheint, vorausgesetzt, die beiden Symbole a_1 und a_2 treten gleichwahrscheinlich auf. Diese Entscheidungsregel ist für den Fading-Kanal und den Gaußschen Kanal identisch [4].
Für die Übergangswahrscheinlichkeiten ergibt sich demzufolge

$$P(b_1|a_1,A=\alpha) = \int_0^\infty p(r|s_1,A=\alpha)dr = 1 - Q(\alpha\sqrt{2E_s/N_o}) = P(b_2|a_2,A=\alpha)$$

$$P(b_2|a_1,A=\alpha) = Q(\alpha\sqrt{2E_s/N_o}) = P(b_1|a_2,A=\alpha) \tag{3.4}$$

mit der inversen Fehlerfunktion

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2}dt. \tag{3.5}$$

Da die Fadingamplitude nicht bekannt ist, folgt schließlich

$$P(b_1|a_1) = P(b_2|a_2) = 1 - \int_0^\infty p_A(\alpha)\, Q(\alpha\sqrt{2E_s/N_o})\cdot d\alpha = 1-\varepsilon$$
$$P(b_1|a_2) = P(b_2|a_1) = \varepsilon \tag{3.6}$$

mit

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(1-1/\sqrt{1+N_o/E_s}). \tag{3.7}$$

(3.6) ist zu entnehmen, daß bezgl. des Codier/Decodiersystems ein gedächtnisfreier, symmetrischer Binärkanal vorliegt, mit der mittleren Fehlerwahrscheinlichkeit ε aus (3.7).
Für R_o erhält man damit, unter Berücksichtigung, daß $P(a_1) = P(a_2) = 1/2$ wegen der Symmetrie des Kanals den logarithmischen Ausdruck in (2.30) maximiert,

$$R_o = 1 - ld(1+2\sqrt{\varepsilon(1-\varepsilon)}),$$

$$R_o = 1 - ld(1+1/\sqrt{1+E_s/N_o}) \quad . \tag{3.8}$$

Bild 10 zeigt R_o in Abhängigkeit von E_s/N_o (Kurve (1)). Für $E_s/N_o \to \infty$ strebt die Cut-Off-Rate R_o asymptotisch gegen den Werr $R_o=1$, da bei binärer Übertragung im praktisch rauschfreien Kanal mit jedem Symbol maximal ein Informationsbit zuverlässig übertragen werden kann. In diesem Grenzfall stimmen R_o und die Kanalkapazität C überein. Für hinreichend kleine Werte von E_s/N_o läßt sich (3.8) nach Reihenentwicklung des ld durch die einfache lineare Funktion

$$R_o \cong \frac{1}{4 \ln 2} \cdot \frac{E_s}{N_o} \; ; \quad \frac{E_s}{N_o} << 1 \tag{3.9}$$

approximieren. Dieser Wert ist gleich der Hälfte der Kanalkapazität $2R_o = C$ [9].

YSAN

Da eine "harte" Symbolentscheidung mit binärer Quantisierung der Empfangsvariablen r in der Regel zu einer Degradation von R_o führt, soll nun der Fall betrachtet werden, daß der Variablen r eine wertkontinuierliche Variable y zugeordnet wird. Der Symbolvorrat umfaßt hier bei einer derartigen "weichen" Symbolentscheidung unendlich viele Elemente ($q'=\infty$). In der Praxis wird die "weiche" Symbolentscheidung durch eine 3 bit Quantisierung realisiert. Mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion gemäß (3.3)

$$p(y|a_k, A=\alpha) = p_n(y-\alpha s_k)$$

ergibt sich für die Cut-Off-Rate nach Summation über die beiden Codesymbole a_1, a_2 aus (2.30)

$$R_o = \max_{P(x)} \{- ld \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=1}^{2} P(a_i)P(a_k) \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\int_{0}^{\infty} p_A(\alpha) p_n(y-\alpha s_k) d\alpha} \cdot \sqrt{\int_{0}^{\infty} p_A(\alpha) p_n(y-\alpha s_i) d\alpha} \; dy \}.$$

Man zeigt mit der in [4] beschriebenen Lagrange-Methode, daß $P(a_1)=P(a_2)=1/2$ den logarithmischen Ausdruck maximiert, so daß man für R_o schließlich den Ausdruck

$$R_o = 1-ld[1 + \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\int_0^{\infty} p_A(\alpha) p_n(y-\alpha\sqrt{E_s})\,d\alpha \cdot \int_0^{\infty} p_A(\alpha) p_n(y+\alpha\sqrt{E_s})\,d\alpha}\cdot dy] \tag{3.10}$$

erhält. Das Gesamtergebnis ist in Bild 10 als Kurve (2) grafisch dargestellt.
Die Verbesserung gegenüber binärer Quantisierung ist unverkennbar; z.B. wird R_o für E_s/N_o=0 dB um etwa 38% vergrößert.
Die anschauliche Bedeutung wird noch diskutiert.
Für hinreichend kleines E_s/N_o gelingt - wiederum durch Reihenentwicklung - eine einfache Approximation für R_o aus (3.10); man erhält

$$R_o \cong \frac{\pi}{8\ln 2}\frac{E_s}{N_o} \; ; \quad \frac{E_s}{N_o} << 1 \; . \tag{3.11}$$

YHAH

Auf der Empfangsseite sei nun y binär auf Grund der beschriebenen optimalen binären Symbolentscheidung. Zudem sei exakt festgestellt, ob die momentane Fadingamplitude A über einer Schwelle α^* oder unterhalb dieser Schwelle liegt.
Der diskrete Kanal kann dann als ein Zweizustands-Kanal angesehen werden mit einem guten Zustand z=G, wenn $A \geq \alpha^*$ und entsprechend einem schlechten Zustand z=B ("B" wie "bad", Fehlerbündel), wenn $A<\alpha^*$ ist. Daher folgt für die Wahrscheinlichkeit, daß die multiplikative Störung A unterhalb der Schwelle α^* liegt, der Kanal sich also im Zustand z=B befindet,

$$P(z=B) = \int_0^{\alpha^*} p_A(\alpha)\,d\alpha = 1 - e^{-\alpha^{*2}} = 1 - P(z=G).$$

Die Fehlerwahrscheinlichkeiten P_B, P_G im schlechten bzw. guten

Zustand sind gegeben durch

$$P_B = P(b_2|a_1,z=B) = P(b_1|a_2,z=B) = \int_0^{\alpha^*} Q(\alpha\sqrt{2E_s/N_o})\,p_A(\alpha)\,d\alpha/P(z=B)$$

$$P_G = P(b_2|a_1,z=G) = P(b_1|a_2,z=G) = \int_{\alpha^*}^{\infty} Q(\alpha\sqrt{2E_s/N_o})\,p_A(\alpha)\,d\alpha/P(z=G).$$

Hieraus folgt unmittelbar für die zur Berechnung von R_o relevanten Wahrscheinlichkeiten

$$\varepsilon_{B,1} = P(z=B)P_B = \int_0^{\alpha^*} Q(\alpha\sqrt{2E_s/N_o})\,p_A(\alpha)\;d\alpha = \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+N_o/E_s}}\right) -$$

$$- Q(\alpha^*\sqrt{2E_s/N_o})\,e^{-\alpha^*} + \frac{1}{\sqrt{1+N_o/E_s}}\,Q(\alpha^*\sqrt{2+2E_s/N_o})$$

$$\varepsilon_{B,2} = P(z=B)(1-P_B) = \int_0^{\alpha^*} (1-Q(\alpha\sqrt{2E_s/N_o})\,p_A(\alpha)\;d\alpha = P(z=B)-\varepsilon_{B,1}$$

und entsprechend (3.12)

$$\varepsilon_{G,1} = P(z=G)P_G = \int_{\alpha^*}^{\infty} Q(\alpha\sqrt{2E_s/N_o})\,p_A(\alpha)\;d\alpha = \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+N_o/E_s}}\right)-\varepsilon_{B,1}$$

$$\varepsilon_{G,2} = P(z=G)(1-P_G) = \int_{\alpha^*}^{\infty} (1-Q(\alpha\sqrt{2E_s/N_o})\,p_A(\alpha)\;d\alpha = P(z=G)-\varepsilon_{G,1}.$$

Mit den angeführten Größen erhält man für die noch von der Schwelle α^* abhängige Cut-Off-Rate

$$R_o(\alpha^*) = 1 - \mathrm{ld}[1+2(\sqrt{\varepsilon_{G,1}\cdot\varepsilon_{G,2}} + \sqrt{\varepsilon_{B,1}\cdot\varepsilon_{B,2}})]. \qquad (3.13)$$

Man kann (3.13) leicht entnehmen, daß für die Schwelle $\alpha^* = 0$ oder $\alpha^* = \infty$ wieder der Fall ohne jegliche Kenntnis der momentanen Fadingamplitude A vorliegt. Daher muß R_o ein Maximum für ein von E_s/N_o abhängiges $\alpha^* = \alpha^*_{opt}$ besitzen.

Kurve (3) in Bild 10 zeigt $R_o(\alpha^*_{opt})$; dieses Maximum wurde numerisch ermittelt. Die zugehörige optimale Schwelle α^* ist in Abhängigkeit von E_s/N_o in Bild 9 eingezeichnet.

Da das Maximum von R_o für kleine E_s/N_o recht unempfindlich gegenüber kleinen Abweichungen von α^* ist, und erst für größere E_s/N_o eine genauere Approximation von α^*_{opt} erforderlich wird, läßt sich α^*_{opt} in erster Näherung durch die Funktion

$$\alpha^*_{opt} \approx \alpha^*_{so} = \frac{1}{\sqrt{2E_s/N_o}} Q^{-1}(1/2(1-1/\sqrt{1+N_o/E_s})) \quad +)$$

darstellen, und dies vor allem deshalb, weil die Abweichungen des $R_o(\alpha^*_{so})$ von $R_o(\alpha^*_{opt})$ zu geringfügig sind, um in der graphischen Darstellung in Bild 10 noch aufgelöst werden zu können.

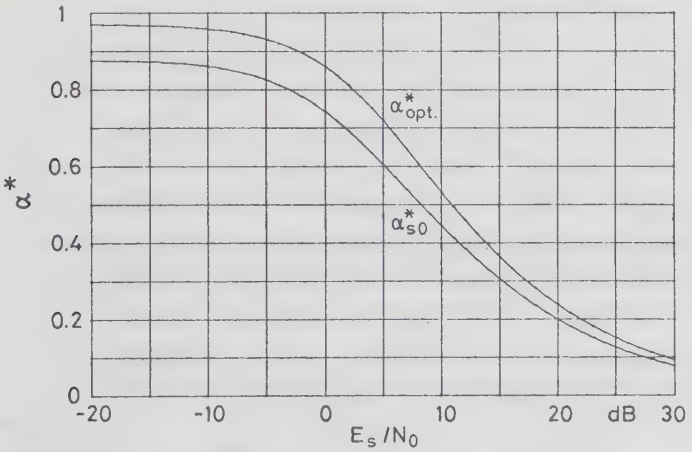

Bild 9 Optimale Schwelle α^*_{opt} abhängig von E_s/N_o. Zum Vergleich die Approximation α^*_{so}.

+) $Q^{-1}(y) = x$ bezeichnet die Umkehrfunktion von

$$y = Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$$

Für sehr kleines E_s/N_o ist eine Reihenentwicklung des Ausdruckes in (3.13) möglich, man findet

$$R_o \cong \frac{0,927}{\ln 2} \frac{E_s}{N_o} ; \qquad \frac{E_s}{N_o} << 1. \tag{3.14}$$

YHAS

Es wird angenommen, daß der genaue Analogwert von A bekannt ist. Man erhält für R_o aus (2.31) mit den bedingten Wahrscheinlichkeiten aus (3.4) nach kurzer Umformung

$$R_o = 1 - \mathrm{ld}(1+2 \int_0^\infty p_A(\alpha) \sqrt{Q(\alpha\sqrt{2E_s/N_o})(1-Q(\alpha\sqrt{2E_s/N_o})}\, d\alpha) \tag{3.15}$$

und für sehr kleines E_s/N_o

$$R_o \cong \frac{1}{\pi \ln 2} \frac{E_s}{N_o} ; \tag{3.16}$$

Das Ergebnis kann wiederum Bild 10 (Kurve (4)) entnommen werden.

YSAS

In diesem "optimalen" Fall werden sowohl die in der wertkontinuierlichen Empfangsvariablen r als auch die in der wertkontinuierlichen Fadingamplitude A enthaltenen Informationen über den Zustand des Kanals voll ausgenutzt. Für R_o erhält man zunächst

$$R_o = 1 - \mathrm{ld}(1+ \int_0^\infty p_A(\alpha) d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} dy \sqrt{p_n(y-\alpha\sqrt{E_s}) p_n(y+\alpha\sqrt{E_s})}) \tag{3.17}$$

und nach Ausführung der Integration den einfachen Ausdruck

$$R_o = 1 - \mathrm{ld}(1+1/(1+E_s/N_o)) . \tag{3.18}$$

Als Approximation für sehr kleines E_s/N_o folgt hier

$$R_o \cong \frac{1}{2\ln 2} \frac{E_s}{N_o} ; \qquad \frac{E_s}{N_o} << 1 . \tag{3.19}$$

Bild 10 zeigt das Ergebnis als Kurve (5).

3.2 Ergebnisse

Die bei den verschiedenen Entscheidungsarten erhaltenen Resultate der Cut-Off-Rate R_o sollen nun hinsichtlich der mittleren Fehlerwahrscheinlichkeit P_e und des für eine beliebig zuverlässige Übertragung mindesterforderlichen Quotienten $(E_b/N_o)_{min}$ genau diskutiert werden.

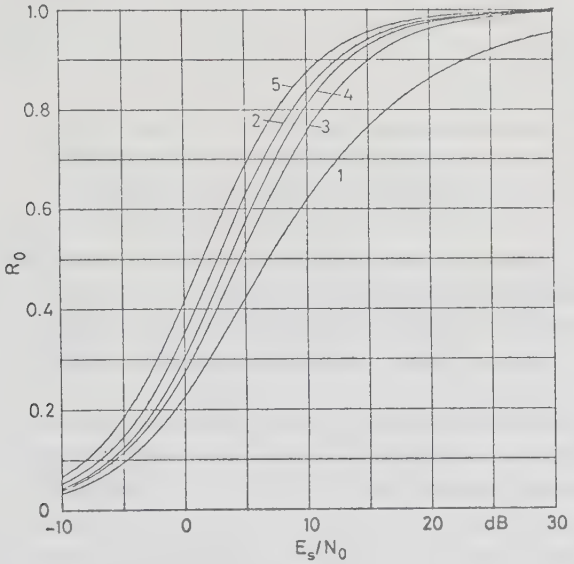

Bild 10 R_o in bit/Symbol als Funktion von E_s/N_o für BPSK am Rayleighfading-Kanal; 1: YHAN; 2: YSAN; 3: YHAH; 4: YHAS; 5: YSAS

Bild 10 gibt zunächst einen Überblick über R_o als Funktion von E_s/N_o, dem Verhältnis von mittlerer empfangener Energie pro Symbol zur Rauschleistungsdichte. Man erkennt, daß R_o in allen Fällen eine monotone Funktion von E_s/N_o ist, die mit Ausnahme des Falles YHAN bereits bei E_s/N_o = 20 dB den Grenzwert 1 praktisch erreicht hat. Unabhängig von den speziell gewählten E_s/N_o findet man erwartungsgemäß, daß die Kombination YSAS für R_o den größten Wert liefert. Ferner erweist sich die Kombination YSAN der Kombination YHAS überlegen. Kleinere Werte ergibt in jedem Fall die Kombination YHAH, wenn auch die Abnahme von R_o gegenüber YHAS vergleichsweise klein ausfällt.

Deutlich kleiner bleiben die Werte von R_o für die Kombination YHAN, die in der Praxis überwiegend verwendet wird und keine Kanalzustandsinformation benutzt. Die Werte von R_o erlauben nun mit Hilfe der Abschätzung

$$P_e \leq 2^{-N[R_o-R]}$$

für die Fehlerwahrscheinlichkeit P_e von Blockcodes einer beliebigen Länge N bereits eine Bewertung der verschiedenen Entscheidungskombinationen.

Bei dem in praktischen Anwendungen typischen Signal-Geräuschabstand E_s/N_o = 10 dB und der Coderate R = 1/2 ergeben sich die in Tabelle 2 zusammengestellten exemplarischen Zahlenwerte für die Fehlerwahrscheinlichkeit P_e - bei einer festen Blocklänge N = 64 - und für die Blocklänge N, die zur Einhaltung der vorgegebenen Fehlerraten $P_e = 10^{-4}$ und $P_e = 10^{-5}$ erforderlich sind. Wieder findet man in der Reihenfolge: YHAN, YHAH, YHAS, YSAN und YSAS zunehmend bessere Ergebnisse.

Tabelle 2 Abgeschätzte Fehlerrate P_e an der Datensenke für (N,R)=(64,1/2) und erforderliche Blocklänge N bei vorgegebener Fehlerrate

Entscheidungsart	E_s/N_o = 10 dB*		
	(N,R)=(64,1/2) P_e	R=1/2; $P_e=10^{-4}$ N	R=1/2; $P_e=10^{-5}$ N
YHAN	$7.5\cdot10^{-3}$	121	151
YSAN	$4.4\cdot10^{-7}$	41	51
YHAH	$1.5\cdot10^{-5}$	54	67
YHAS	$1.6\cdot10^{-6}$	43	54
YSAS	$4.8\cdot10^{-8}$	35	44

* Die Angabe in dB entspricht dem logarithmischen Maß $10 \lg(E_s/N_o)$. Für den speziellen Wert 10 dB ist die Maßzahl identisch mit dem Wert $E_s/N_o = 10$.

So läßt sich die Fehlerwahrscheinlichkeit P_e durch die Kombination YSAS um fast fünf Zehnerpotenzen gegenüber YHAN verringern. Bemerkenswert ist, daß allein durch die binäre Kenntnis der Fadingamplitude YHAH die Fehlerwahrscheinlichkeit um den Faktor $5 \cdot 10^2$ gegenüber YHAN abnimmt. Man erhält zwar auch ohne Kanalzustandsinformation die gleiche oder sogar noch deutlich höhere Reduktion der Fehlerwahrscheinlichkeit, allerdings muß soft decision bezüglich des Empfangssignals y vorausgesetzt werden, was in der Praxis einen hohen Aufwand mit sich bringt. Nimmt man bei harter Entscheidung für y die genaue Kenntnis von A an, ist also die Fadingamplitude A durch eine weiche Entscheidung exakt bestimmt, so zeigt der Vergleich für YHAH mit YHAS in Tabelle 2, daß nur noch eine relativ geringe Abnahme von P_e erzielt wird. Ein gleichartiges Verhalten der Entscheidungsarten beobachtet man bei der Betrachtung der für eine vorgegebene Fehlerwahrscheinlichkeit notwendigen Blocklänge N. Da die Blocklänge N gewöhnlich als ein Maß für die Komplexität eines Codier/Decodiersystems angesehen wird, ist N ein wichtiges Bewertungskriterium, obgleich der Aufwand auch wesentlich von soft oder hard decision hinsichtlich y und der zusätzlichen Verwertung von Kanalzustandsinformationen abhängt. Wie in Tabelle 2 demonstriert, liefert die Berücksichtigung der Kanalzustandsinformation bereits bei binärer Kenntnis eine Verkürzung der Blocklänge N auf rund 40%. Mit soft decision bezüglich y oder genauer Kenntnis von A gelingt eine Reduktion auf ein Drittel, bei YSAS eine Verringerung auf ca. 0.3. In Anbetracht der mit hard decision verknüpften geringen Komplexität - so erfordert die Speicherung der beiden Kanalzustände z=B oder z=G nur eine Anfangs- und Endadresse in der Deinterleavermatrix - ist YHAH im vorliegenden Fall ein guter Kompromiß.

Eine andere wesentliche Größe zur Beurteilung von digitalen Übertragungssystemen mit Kanalcodierung - insbesondere bei beschränkter Leistung - stellt der Quotient E_b/N_o dar, der für eine vorgeschriebene Fehlerwahrscheinlichkeit erforderlich ist. Der mindestens erforderliche Quotient $(E_b/N_o)_{min}$ wird durch die Forderung festgelegt, daß, wie in Kapitel 2 erläutert, für die Coderate R eine realistische Grenze

mit beliebig kleiner Fehlerwahrscheinlichkeit erreicht wird, wenn R dem Wert R_o zustrebt. Da R_o eine Funktion von E_s/N_o ist, andererseits die Energie E_s pro Symbol mit der Energie E_b pro Informationsbit durch

$$E_s = R \cdot E_b$$

verknüpft ist, ergibt sich $(E_b/N_o)_{min}$ als Lösung der Gleichung

$$R = R_o = f\left(\frac{E_b}{N_o} \cdot R\right). \qquad (3.20)$$

In Bild 11 ist $(E_b/N_o)_{min}$ als Funktion der Coderate R für die betrachteten Fallunterscheidungen dargestellt.

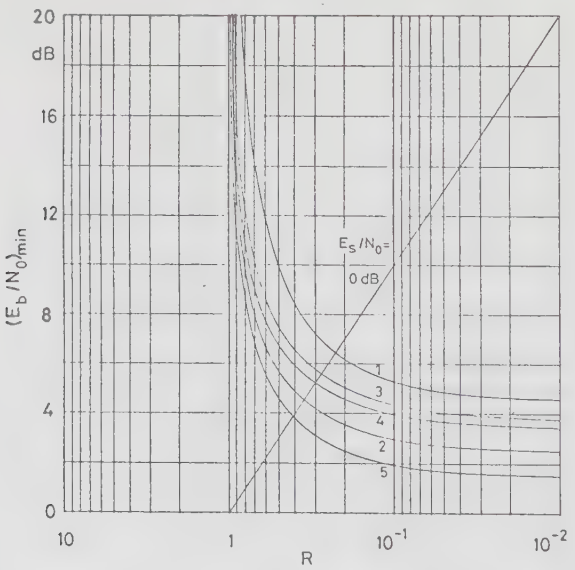

Bild 11 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB als Funktion von R am Rayleighfading-Kanal mit BPSK. Fallunterscheidungen wie in Bild 10

Die für E_s/N_o = 0 dB und für die praktisch wichtige Coderate R = 1/2 sich ergebenden Werte für $(E_b/N_o)_{min}$ sind in Bild 12 dargestellt.

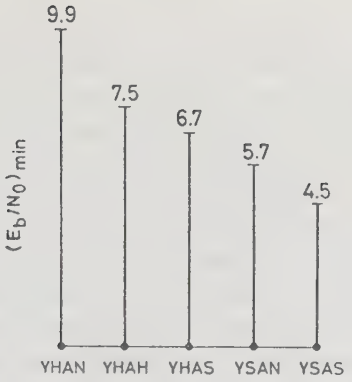

Bild 12

Vergleich der Werte $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Coderate R=1/2 für BPSK und verschiedene Entscheidungsarten

Tabelle 3 enthält die Grenzwerte für R→O, die aus (3.9) direkt entnommen werden können. Sowohl die Kurven in Bild 11 als auch die Zahlenwerte aus Bild 12 zeigen, daß unter der Voraussetzung einer festen Coderate in der Reihenfolge YHAN, YHAH, YHAS, YSAN, YSAS bei gleicher Zuverlässigkeit der Quotient $(E_b/N_o)_{min}$ abnimmt. Die verschiedenen Entscheidungsarten sind also auch hinsichtlich der Energie als Kriterium qualitativ in gleicher Weise zu bewerten wie unter dem Gesichtspunkt der Fehlerwahrscheinlichkeit.

Tabelle 3 $(E_b/N_o)_{min}$ Werte für R→O, BPSK und die verschiedenen Entscheidungsarten

	R → O
YHAN	$4\ln 2 = 4.43$ dB
YSAN	$\frac{8}{\pi}\ln 2 = 2.47$ dB
YHAH	$\frac{\pi}{0,927}\ln 2 = 3.71$ dB
YHAS	$\pi \ln 2 = 3.38$ dB
YSAS	$2\ln 2 = 1.42$ dB

Quantitativ findet man, daß für R=1/2 allein eine weiche Symbolentscheidung anstelle einer harten Symbolentscheidung - d.h. YSAN: YHAN - das erforderliche $(E_b/N_o)_{min}$ um mehr als 4 dB bei gleicher Coderate verringert. Wie bei einem Gaußschen Kanal [1,10] ist

dieser Gewinn bereits durch eine 3-bit Quantisierung bei der Symbolentscheidung erreicht [11]. Eine ähnlich große Reduktion von 3 dB erreicht man, wenn man die Symbolentscheidung binär beläßt und dafür die genaue Kenntnis der Fadingamplitude annimmt. Man kann die aufwendige soft decision bei der Symbolentscheidung praktisch durch soft decision bei der Fadingamplitude ersetzen. Wird die momentane Fadingamplitude nur binär bestimmt, also entschieden, ob A oberhalb oder unterhalb einer ganzen Schranke liegt, so kann man immerhin noch eine Verringerung um mehr als 2 dB (YHAN: YHAH) erzielen. Die Verwertung der Kanalzustandsinformation erweist sich also in jedem Falle als vorteilhaft. Interessant ist noch die maximal erzielbare Reduktion von 5.4 dB, die bei der aufwendigsten Kombination (YSAS) erreicht wird.

Die hier für die Coderate R = 1/2 getroffenen Aussagen lassen sich auch auf andere Coderaten übertragen (vgl. Bild 11). Bei praktischen Anwendungen ist jedoch zu berücksichtigen, daß E_s/N_o sicher nicht kleiner als etwa 0 dB werden darf, um z.B. noch eine Symbolsynchronisation zu gewährleisten, so daß bei kleinen Coderaten $(E_b/N_o)_{min}$ nicht mehr erreicht werden kann. Erreichbare $(E_b/N_o)_{min}$ Werte liegen daher nur oberhalb der in Bild 11 eingetragenen Geraden für E_s/N_o = 0 dB.

Tabelle 4 bietet abschließend einen Vergleich der aus R_o gewonnenen Werte für $(E_b/N_o)_{min}$ sowie der entsprechenden aus der

Tabelle 4 Vergleich der Werte $(E_b/N_o)_{min}$ in dB berechnet aus R_o und Kanalkapazität C mit den erforderlichen Werten E_b/N_o bei unterschiedlichen Codier/Decodierverfahren

Kombinationen	R = 1/2; $P_e \leq 10^{-5}$			
	$(E_b/N_o)_{min}(R=R_o)$	$(E_b/N_o)_{min}(R=C)$	Blck. Codes	Faltungscodes
YHAN	9.9	4.9	10.3[2]	14.6[1]
YSAN	5.7	2.5		10.2
YHAH	7.5	3.8	9.3[3]	10.7
YHAS	6.7	3.4		10.5
YSAS	4.5	1.3		8.3

1) Faltungscodes mit constraint length K=7, Viterbi-Decodierung
2) BCH-Code (N=8191, R=1/2) algebr. Decodierung
3) RS-Code (N=254, Elemente mit jeweils 8 bit, R=1/2) algebr. Decodierung

Kanalkapazität gewonnenen Werte mit verschiedenen, für praktische Block- und Faltungscodes erforderlichen E_b/N_o *), wiederum für den Fall R = 1/2 und die bei Kanalcodierung typische Fehlerrate $P_e \leq 10^{-5}$. Es wird deutlich, daß die Cut-Off-Rate R_o Werte liefert, die nahe an die Resultate der aufgeführten Codier/Decodierverfahren herankommen, während die aus der Kanalkapazität bestimmten Werte weit abliegen. In Bild 13, in dem der potentielle Codiergewinn, der den Unterschied in dB zwischen $(E_b/N_o)_{min}$ und dem erforderlichen E_b/N_o bei uncodierter Übertragung in Abhängigkeit der Bitfehlerwahrscheinlichkeit an der Datensenke dargestellt ist, wird dieser Befund veranschaulicht. Die aus R_o abgeleiteten Grenzen werden durch die beiden Kurven YSAS (5) und YHAN (1) dargestellt. Die für die in Tabelle 4 aufgeführten Werte der Codier/Decodierverfahren für $P_e=10^{-5}$ an der Datensenke liegen in dem durch einen Balken dargestellten Variationsbereich, der seinerseits in dem durch (5) und (1) abgegrenzten Gebiet liegt.

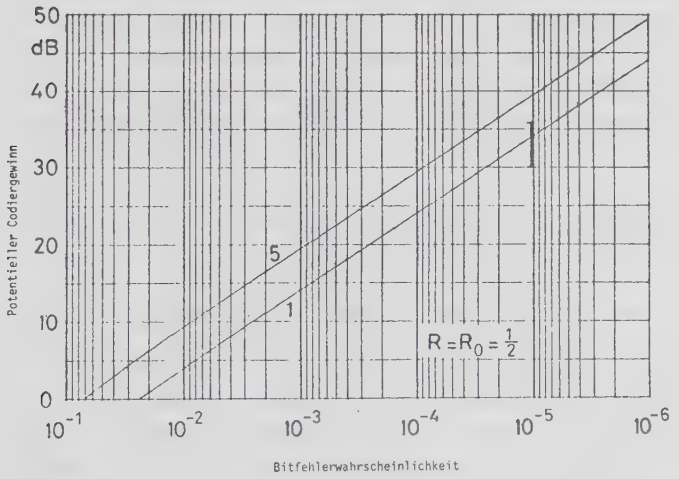

Bild 13 Potentieller Codiergewinn bei Coderate R=1/2 mit BPSK in Abhängigkeit von der Bitfehlerwahrscheinlichkeit an der Datensenke

*) Die Werte wurden [9,12] entnommen.

Um den Rayleighfading-Kanal mit dem Gaußschen Kanal zu vergleichen, werden abschließend R_o und die daraus abgeleiteten Größen $(E_b/N_o)_{min}$ auch für den Gaußschen Kanal betrachtet.
Beim Gaußschen Kanal erhält man aus (3.15) mit A=1 für "y binär" (YH)

$$R_o = 1-ld(1+2\sqrt{Q(\alpha\sqrt{2E_s/N_o})(1-Q(\alpha\sqrt{2E_s/N_o}))}) \tag{3.21}$$

mit

$$R_o \cong \frac{1}{\pi ln2}\frac{E_s}{N_o};\ \frac{E_s}{N_o} << 1$$

bzw. aus (3.17) mit A = 1 für " y wertkontinuierlich" (YS)

$$R_o = 1-ld(1+e^{-E_s/N_o}) \tag{3.22}$$

und

$$R_o \cong \frac{1}{2ln2}\frac{E_s}{N_o}\cdot\frac{E_s}{N_o} << 1. \tag{3.23}$$

Beide Resultate können auch [1,4] entnommen werden. In Bild 14 ist R_o als Funktion von E_s/N_o für YH und YS zusammen mit den beiden Kombinationen YHAS und YSAS für den Rayleighfading-Kanal dargestellt. Wie unmittelbar zu erkennen ist, weisen die entsprechenden Kurven für $E_s/N_o \to 0$ ein übereinstimmendes Verhalten auf. Dieses asymptotische Verhalten findet man deshalb auch bezüglich $(E_b/N_o)_{min}$, wenn $R \to 0$ geht (vergl. Bild 15). Bei exakter Kenntnis der Fadingamplitude A wird demnach im Grenzfall $R \to 0$ der Rayleighfading-Kanal auf einen Gaußschen Kanal zurückgeführt.

Bemerkenswert am Vergleich der Ergebnisse für beide Kanäle ist auch:

- Beim Rayleighfading-Kanal muß, verglichen mit dem Gaußschen Kanal, die Coderate R z.T. erheblich reduziert werden, wenn $(E_b/N_o)_{min}$ in beiden Fällen übereinstimmen soll. Wählt man $(E_b/N_o)_{min} \triangleq 6$ dB, dann ist die Coderate von R=0.95 (YS) auf günstigstenfalls R=0.65 (YSAS) bzw. von

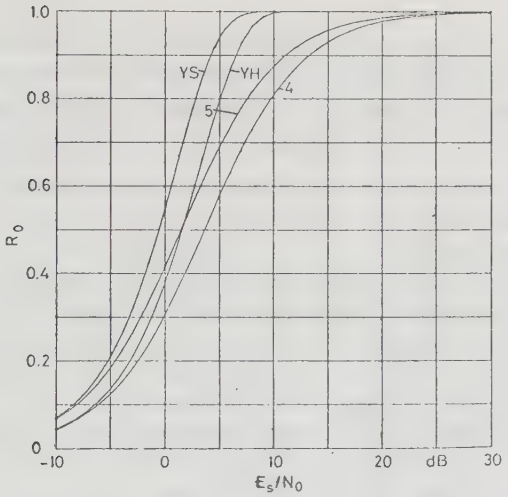

Bild 14 R_0 in bit/Symbol als Funktion von E_s/N_0 für BPSK im Gaußschen Kanal und im Rayleighfading-Kanal;
4: YHAS; 5: YSAS; YH: y binär; YS: y wertkontinuierlich

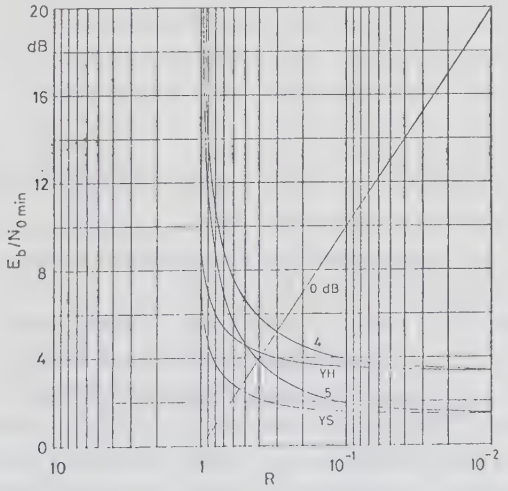

Bild 15 $(E_b/N_0)_{min}$ in dB als Funktion von R am Gaußschen Kanal und am Rayleighfading-Kanal; Fallunterscheidung wie in Bild 14

R=0.8 (YH) auf R=0.43 (YHAS) zu reduzieren. Berücksichtigt man, daß die Bandbreite der Übertragung um den Faktor 1/R erweitert wird, bedeutet die notwendige Reduktion eine Bandbreitenerweiterung am Fadingkanal um 50% bis 100%.

- Bei einem Gaußschen Kanal wird durch die Verringerung der Coderate unterhalb eines Wertes R = 1/2 keine bedeutende Reduzierung des $(E_b/N_o)_{min}$ erzielt; demgegenüber trifft dies bei einem Rayleighfading-Kanal erst für Werte kleiner als R = 1/5 zu. Da allerdings $E_s/N_o \geq 0$ dB sein sollte, wird die praktische untere Begrenzung der Rate durch Werte $R \cong 3/5$, $R \cong 1/3$ bis $R \cong 1/4$ gegeben.

- Im Gaußschen Kanal ist für harte Entscheidung und Codes der Rate R = 1/2 ein Quotient $(E_b/N_o)_{min}$ = 4.5 dB zu erwarten. Im Vergleich zur uncodierten Übertragung mit $P_e = 10^{-5}$ (E_b/N_o = 9.6 dB) entspricht dies einem Codiergewinn von etwa 5 dB. Obgleich dieser Codiergewinn erheblich ist, fällt der Codiergewinn beim Rayleighfading-Kanal mit 30 dB gegenüber 5 dB sehr deutlich größer aus und unterstreicht die Attraktivität von Kanalcodierung im Fadingkanal.

3.3 Einfluß einer fehlerbehafteten Kanalzustandsschätzung

Ein wichtiger Spezialfall der BPSK-Übertragung am Rayleighfading-Kanal war der Fall YHAH, bei dem sowohl Empfangssymbol y als auch Fadingamplitude A binär vorliegen.
Der diskrete Kanal, gebildet aus Modulator, Fadingkanal und Demodulator, läßt sich in diesem Fall als ein binärer, symmetrischer Zweizustands-Kanal mit "Gedächtnis" darstellen. Während bisher angenommen wurde, daß die beiden Zustände z=B und z=G ohne Fehler geschätzt werden können, wird in diesem Abschnitt allgemeiner eine fehlerbehaftete Schätzung zugelassen. Der Einfluß der fehlerhaften Kanalzustandsschätzung auf die Cut-Off-Rate R_o soll dann näher betrachtet werden.

Der binäre, symmetrische Zweizustands-Kanal ist ein mathematisch noch behandelbares Modell eines diskreten Kanals mit "Gedächtnis", bei dem Fehler gebündelt auftreten. Er wird in der Literatur als "Gilbert-Elliott-Kanal" bezeichnet und durch Bild 18 veranschaulicht.

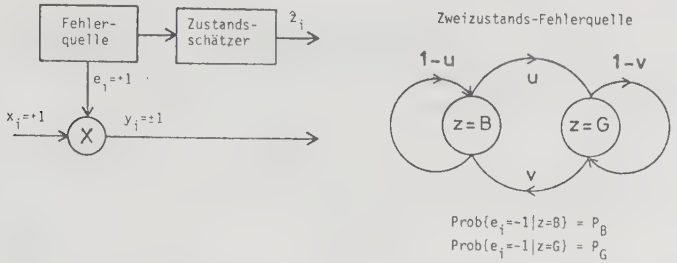

Bild 16 Binäres Kanalmodell nach Gilbert-Elliot mit Kanalzustandsschätzung

Die gesendeten binären Symbole werden mit $x_i=\pm1$ angenommen. Entsprechend gilt auch für die Ausgangssymbole $y_i=\pm1$. Die Fehlerquelle wird durch einen Zweizustands-Markoffprozeß dargestellt. Ein Fehler bei der Übertragung erscheint immer dann, wenn am Ausgang der Fehlerquelle ein $e_i=-1$ anliegt, d.h. die Polarität des gesendeten Symbols verändert wird. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Übertragungsfehlers hängt dabei von dem Zustand ab, in dem sich die Fehlerquelle befindet. Im guten Zustand z=G erzeugt die Fehlerquelle statistisch unabhängige Bitfehler mit der Wahrscheinlichkeit P_G. Im schlechten Zustand z=B ist die Fehlerwahrscheinlichkeit P_B, wobei allgemein angenommen wird, daß P_B wesentlich größer als P_G ist. Übergänge zwischen beiden Zuständen sind nach jedem Symbol möglich und erfolgen mit den Wahrscheinlichkeiten u und v. Man kann sich leicht davon überzeugen, daß die mittlere Fehlerwahrscheinlichkeit des Kanals durch

$$P_O = \frac{vP_B+uP_G}{v+u} \tag{3.24}$$

gegeben ist.
Dieser diskrete Kanal sei vollständig gespreizt. Dennoch stehe dem Decoder - nach der Entspreizung - sowohl ein Symbol y als auch eine Schätzung $\hat{z}$ des momentanen Kanalzustandes z zur Verfügung. Außer dem Empfangssymbol sind auch z und $\hat{z}$ für das in Bild 17 dargestellte Fehlermodell binär. Die Schätzung der beiden möglichen Zustände sei mit Fehlern behaftet, die, wie in Bild 17 gezeigt, mit der Wahrscheinlichkeit ε_1 und ε_2 auftreten. Die Annahme der statistischen Unabhängigkeit der Schätzwerte ist nach der Entspreizung gerechtfertigt.

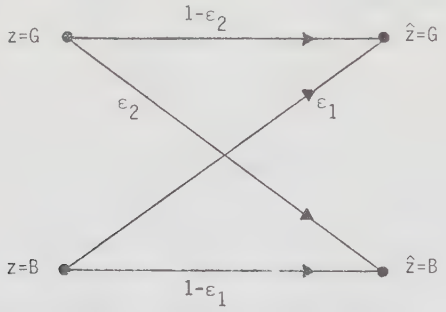

Bild 17 Binäre Kanalzustandsschätzung mit Schätzfehlerwahrscheinlichkeit ε_1 und ε_2

Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Zustandes z=B bzw. z=G wird auf Grund der angenommenen Fehlerquelle in Bild 16 durch

$$P(z=B) = \frac{v}{u+v} \; ; \quad P(z=G) = \frac{u}{u+v} \tag{3.25}$$

gegeben. Zusammen mit dem Schätzmodell berechnet man aus (2.28) die Wahrscheinlichkeit, daß der Schätzer $\hat{z}$=B bzw. $\hat{z}$=G anzeigt,

$$\begin{aligned} P(\hat{z}=B) &= \frac{(1-\varepsilon_1)v+\varepsilon_2 u}{u+v} \\ P(\hat{z}=G) &= \frac{(1-\varepsilon_2)u+\varepsilon_1 v}{u+v} \end{aligned} \tag{3.26}$$

und aus (2.29) die Wahrscheinlichkeit, daß außerdem ein Über-

tragungsfehler auftritt

$$P(y=-1|x=1,\hat{z}=B) = \frac{P_G u\varepsilon_2+P_B v(1-\varepsilon_1)}{u\varepsilon_2+v(1-\varepsilon_1)} = \varepsilon_B$$
$$P(y=-1|x=1,\hat{z}=G) = \frac{P_B v\varepsilon_1+P_G u(1-\varepsilon_2)}{v\varepsilon_1+u(1-\varepsilon_2)} = \varepsilon_G \quad . \tag{3.27}$$

Für R_o erhält man mit diesen Abkürzungen unter Beachtung der Symmetrie des Kanals, so daß $P(a_i)=P(a_2)=1/2$ gewählt werden muß,

$$R_o = 1-ld[1+2(P(\hat{z}=G)\sqrt{\varepsilon_G(1-\varepsilon_G)} + P(\hat{z}=B)\sqrt{\varepsilon_B(1-\varepsilon_B)})] \tag{3.28}$$

Bei exakter Schätzung, d.h. $\varepsilon_1=\varepsilon_2=0$, ergibt sich

$$R_o = 1-ld[1+2(P(z=G)\sqrt{P_G(1-P_G)} + P(z=B)\sqrt{P_B(1-P_B)})], \tag{3.29}$$

ein Ausdruck, der vollständig dem Resultat in (3.13) bei einem Fading-Kanal und binärer Quantisierung von y und A entspricht. Darüberhinaus folgt für z.B. v=0 (nur einen Zustand) aus das Ergebnis für den klassischen binären symmetrischen Kanal

$$R_o = 1-ld(1+2\sqrt{P_G(1-P_G)}) \tag{3.30}$$

während im Falle von komplettem Verschätzen bzw. Nichtschätzen ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1/2$)

$$R_o = 1-ld(1+2\sqrt{P_o(1-P_o)}) \tag{3.31}$$

mit der in (3.24) angegebenen mittleren Fehlerwahrscheinlichkeit P_o resultiert.

Bild 18 zeigt R_o als Funktion der Fehlerwahrscheinlichkeit P_B im Zustand B für diese unterschiedlichen Fälle, abhängig von der Schätzfehlerwahrscheinlichkeit ε_1, ε_2. In Anlehnung an [9] wurde u=2v, $P_G=10^{-3}$ und $\varepsilon_1=\varepsilon_2$, also gleiche Schätzgenauigkeit, angenommen.

Bei fehlerfreier Schätzung, $\varepsilon_1=\varepsilon_2=0$, ist $R_o|_{P_B=1}=R_o|_{P_B=0}$, da der Decoder genaue Kenntnis über das Auftreten des Zustandes B besitzt, und in diesem Zustand ausschließlich Fehler oder aber keine Fehler in Erscheinung treten. Für $P_B=1/2$ nimmt dagegen die Unsicherheit über das Auftreten eines Fehlers ein Maximum an. Dementsprechend weist R_o an dieser Stelle ein Minimum auf. Deutlich erkennbar, vor allem mit wachsendem P_B, ist die Verbesserung durch die Kanalzustandsschätzung: R_o wächst mit abnehmendem $\varepsilon_1=\varepsilon_2$ an. Wie man Bild 18 weiter entnimmt, kann im Falle eines totalen Verschätzens ($\varepsilon_1=\varepsilon_2=1/2$) und für $P_B=0.4$ nur bis zu einer Coderate R=1/4 realistisch beliebig zuverlässig übertragen werden. Da die Kanalkapazität dort C=0.43 beträgt [9] ist die Coderate R durch den Wert R=0.43 für eine prinzipiell beliebig zuverlässige Übertragung absolut begrenzt.
Zur Verdeutlichung der Verbesserung durch Kanalzustandsschätzung kann ein Codiergewinn F aus

$$2^{-N(R_o(\varepsilon=1/2)-R)} = 2^{-N(R_o(\varepsilon\leq 1/2)-R)} \cdot F, \quad \varepsilon=\varepsilon_1=\varepsilon_2$$

ermittelt werden. Bei dieser Größe F handelt es sich um den Faktor, um den die Fehlerwahrscheinlichkeit P_e bei Blockcodierung durch Kanalzustandsschätzung reduziert werden kann:

$$F(\varepsilon,N) = 2^{N(R_o(\varepsilon\leq 1/2) - R_o(\varepsilon=1/2))}.$$

In Bild 19 ist F in Abhängigkeit vom Schätzfehler für Blockcodes mit der kurzen Blocklänge N=32 und unterschiedlichen P_B dargestellt. Hierbei wurden die P_B derart gewählt, daß realistisch mit maximalen Coderaten R=1/4(P_B=0.4), R=1/3(P_B=0.28) und R=1/2(P_B=0.13) übertragen werden kann. Ist P_B=0.28, läßt sich durch exakte Zustandsschätzung die Fehlerwahrscheinlichkeit um den deutlichen Faktor $2\cdot 10^2$ reduzieren. Bei einer Schätzfehlerwahrscheinlichkeit von ε=0.1 ist der Faktor F>10 und selbst für ε=1/4 ist noch F>2. Für größere Blocklängen, z.B. N=256, ist für ε=1/4 der Codiergewinn $F>2\cdot 10^2$. Hieraus erkennt man, daß eine Zustandsschätzung auch dann die Zuverlässigkeit noch erheblich verbessert, wenn der Schätzfehler erheblich ist.

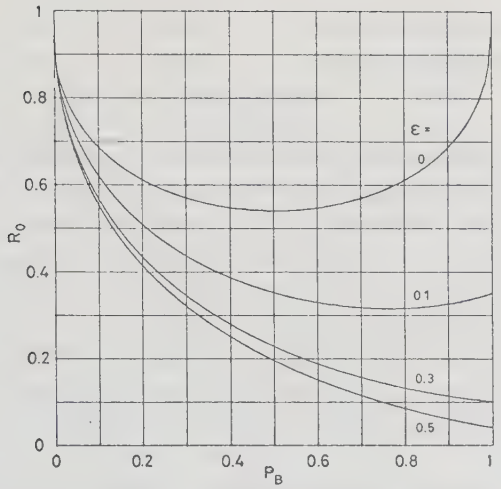

Bild 18 R_o in bit/Symbol des gespreizten Gilbert-Elliot-Kanals als Funktion von P_B; $P_G=10^{-3}$, u=2v, ε = Fehlerwahrscheinlichkeiten des Zustandsschätzers

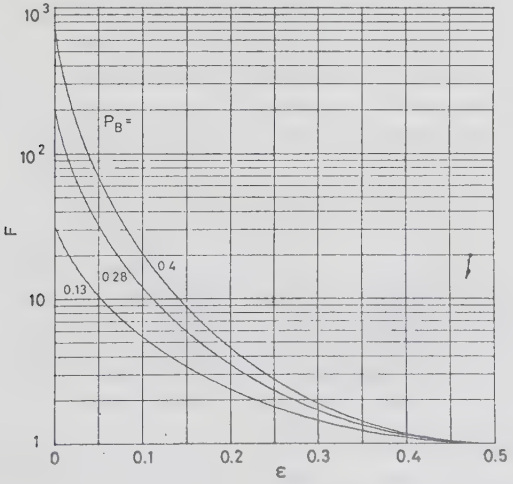

Bild 19 Gewinn F(ε,N) durch Kanalzustandsschätzung für Blockcodes der Länge N=32 als Funktion der Fehlerwahrscheinlichkeit $\varepsilon=\varepsilon_1=\varepsilon_2$ des Zustandschätzers; $P_G=10^{-3}$, u=2v; P_B: Fehlerwahrscheinlichkeit im Zustand z=B

4. Vergleich von Modulationsverfahren ohne Berücksichtigung der Übertragungsbandbreite

Es sollen nun einige bekannte und praktisch häufig eingesetzte Modulationsverfahren auf der Basis der Cut-Off-Rate R_o - an Hand der charakteristischen Kenngröße $(E_b/N_o)_{min}$ als Funktion von R - miteinander verglichen werden. Der Vergleich stützt sich in diesem Kapitel zunächst also auf die Betrachtung des erforderlichen Signal-Geräuschabstandes, die jeweils erforderliche Übertragungsbandbreite wird hier nicht berücksichtigt. Betrachtungen unter Berücksichtigungen des Bandbreitenbedarfs sind Kap. 5 vorbehalten. Die untersuchten Verfahren sind in Tabelle 5 zusammengestellt. Es handelt sich zum einen um Verfahren mit "kohärenter" Demodulation, bei denen angenommen wird, daß der Empfänger die am Kanalausgang auftretenden Phasenschwankungen z.B. durch eine Phasenregelschleife exakt ausregeln, demzufolge die Phase des Trägersignals genau rekonstruieren kann. Zum anderen sind es Modulationsverfahren mit inkohärenter Demodulation, bei denen empfangsseitig die Kenntnis der Phase des Trägersignals nicht verwendet wird. Tabelle 5 vermittelt ferner einen Überblick über die für den Rayleighfading-Kanal näher betrachteten Entscheidungsarten. Die für den Gaußschen Kanal gültigen Daten werden jeweils mit diskutiert.

Beim Vergleich der Modulationsverfahren kommt der Entscheidungsart YSAS eine besondere Bedeutung zu. Sie entspricht in Verbindung mit kohärenter Demodulation dem günstigsten Fall, der mit einem Modulationsverfahren erreicht werden kann, da vorausgesetzt wird, daß nicht nur die momentane Phase Φ, sondern auch die momentane Fadingamplitude A genau geschätzt werden kann.

Wie in diesem Kapitel gezeigt wird, gelingt es, allgemein für q-PSK ebenso wie für q-FSK die Cut-Off-Rate R_o im Falle YSAS in geschlossener Form anzugeben.
Dies ist allgemein für inkohärente q-FSK bzw. q-DPSK in der Regel nicht möglich. Dagegen gelingt es, bei diesen Modulationsverfahren explizite Lösungen für die Entscheidungsart YSAN zu finden. Wie numerische Auswertungen ergeben, bleiben

Tabelle 5 Untersuchte Modulationsverfahren und Entscheidungsarten

	Modulationsverfahren	Entscheidungsart YHAN	YHAS	YSAN	YSAS
kohärent	q - PSK				X
	2 - PSK	X	X	X	X
	q - FSK				X
	2 - FSK	X	X	X	X
	OOK	X	X		
	16 - QASK				X
inkohärent	q - DPSK			X	
	2 - DPSK	X	X	X	X
	q - FSK			X	
	2 - FSK	X	X	X	X
	Simplex				X

jedoch die Unterschiede gegenüber YSAS kleiner als 1 dB. Im übrigen entspricht die Entscheidungsart YSAN bei inkohärenter Demodulation den praktischen Verhältnissen, da eine Schätzung der Phase und konsequenterweise auch eine Schätzung der augenblicklichen Fadingamplitude nicht vorausgesetzt wird. YSAN bezeichnet in diesem Fall praktisch den günstigsten Fall. Darüberhinaus werden, wie man Tabelle 5 entnimmt, für die binären Modulationsverfahren alle vier Entscheidungsarten YSAN, YHAS, YSAN und YSAS ausführlich diskutiert.

4.1 q-PSK (q-ary Phase Shift Keying)

Zu den häufig auch in der Satellitenkommunikation - wegen der konstanten Signalleistung, vor allem aber wegen der Bandbreiteneffizienz - eingesetzten Modulationsverfahren zählen 4-PSK (QPSK) oder 8-PSK, Verfahren, die allgemein zur q-PSK-Klasse zusammengefaßt werden können. Bei diesen Modulationsverfahren werden in Verallgemeinerung zur binären Phasenumtastung (BPSK) den Elementen a_i des Codealphabetes $X = \{a_1,\ldots,a_k,\ldots,a_q\}$ Sendesignale

$$s_k(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}\,\sin\left(2\pi f_c t + \frac{2\pi(k-1)}{q}\right) \quad \begin{matrix} k=1,\ldots,q \\ 0\le t\le T_s \end{matrix} \qquad (4.1)$$

zugeordnet, die bei Erscheinen der Symbole a_k am Modulatoreingang während der Zeit T_s gesendet werden. Die den Codesymbolen zugerodneten Signalvektoren

$$\underline{s}_k = \sqrt{E_s}\,\left(\cos\frac{2\pi(k-1)}{q},\ \sin\frac{2\pi(k-1)}{q}\right) \qquad (4.2)$$

werden im Signalraum, wie Bild 20 zeigt, durch q äquidistant auf der Peripherie eines Kreises mit dem Radius $\sqrt{E_s}$ angeordnete Punkte dargestellt.

Bild 20

Signalraumdarstellung von 8-PSK

Da alle Symbole mit gleicher Energie gesendet werden, gibt E_s die mittlere Energie pro gesendetem Symbol an. Auf der Empfangsseite liegt der Symbolentscheidung des kohärenten PSK-Empfängers der zweidimensionale Empfangsvektor

$$\underline{r} = A\,\underline{s}_k + \underline{n} \tag{4.3}$$

mit der Fadingamplitude A zugrunde, deren Verteilungsdichte $p_A(\alpha)$ o.B.D.A. nach (3.2) auf den Erwartungswert $E\{A^2\}=1$ normiert ist. Mit dieser Normierung bleibt E_s die mittlere Energie pro übertragenem Symbol. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von $\underline{r}$ mit der Bedingung, daß $\underline{s}_k$ gesendet wurde und A gerade den Wert $A=\alpha$ annimmt, lautet wegen (4.3) und (2.18)

$$p(\underline{r}|\underline{s}_k,\ A=\alpha) = p_{\underline{n}}(\underline{r}-\alpha\underline{s}_k) = \frac{1}{N_o\pi}\, e^{-|\underline{r}-\alpha\underline{s}_k|^2/N_o} . \tag{4.4}$$

Bei der üblichen harten Symbolentscheidung wird wie im binären Fall im Demodulator die Entscheidung aufgrund der Lage des Empfangsvektors $\underline{r}$ für eines der q möglicherweise gesendeten Symbole getroffen. Die Empfangssymbole b_j gehören also dem gleichen Symbolvorrat wie die gesendeten Symbole a_k an.

Es läßt sich zeigen [4], daß die Entscheidungsbereiche einer optimalen Symbolentscheidung bei gleichwahrscheinlich gesendeten Codesymbolen, so wie in Bild 20 dargestellt, in gleichen Winkelabständen angeordnet sind. Dies gilt für den Gaußschen Kanal ebenso wie für den langsamen Rayleighfading-Kanal, da die Fadingamplitude A nur positiv und während T_s konstant ist, so daß innerhalb einer Symboldauer ein Gaußscher Kanal vorliegt. Ein Symbol $y=b_1$ erscheint demnach am Ausgang des Demodulators, wenn $\underline{r}$ im Bereich I liegt usw. Die Wahrscheinlichkeit für $y=b_1$, vorausgesetzt a_1 wird gesendet und A nimmt gerade den Wert $A=\alpha$ an, ist dann

$$P(b_1|a_1, A=\alpha) = \int_I p(\underline{r}|\underline{s}_1 A=\alpha)\,d\underline{r} \quad .$$

Da die optimalen Entscheidungsbereiche unabhängig von dem Betrag eines Vektors sind, kann ohne Kanalcodierung die Kenntnis von A nicht zur Verbesserung der Fehlerwahrscheinlichkeit ausgenutzt werden. Dagegen kann mit Kanalcodierung die im Betrag des Vektors enthaltene Information über die Zuverlässigkeit der Symbolentscheidung zu einer verbesserten Fehlerkorrektur beitragen. Für $q \to \infty$ nähert sich die harte Symbolentscheidung einer Symbolentscheidung, die man als weich bezeichnen könnte und die dadurch gekennzeichnet ist, daß ein Ausgangssymbol durch die genaue Phase in der Signalraumebene charakterisiert wird. Die Kenntnis des Betrages von $\underline{r}$ geht bei dieser Symbolentscheidung allerdings verloren. Dagegen stellt eine beliebig feine Quantisierung von $\underline{r}$ in beiden Dimensionen dem Decoder die volle Information von Betrag und Phase des Vektors $\underline{r}$ zur Verfügung. Jeder Punkt der Ebene bezeichnet bei dieser weichen Symbolentscheidung ein Ausgangssymbol, das durch ein am Ausgang des Demodulators erscheinendes, zweidimensionales $\underline{y}=\underline{r}$ repräsentiert ist, mit der bedingten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$p(\underline{y}|a_k, A=\alpha) = p_{\underline{n}}(\underline{y}-\alpha\underline{s}_k)$$

gemäß (4.4).

Für die Kombination YSAS von weicher Symbolentscheidung und exakter Kenntnis der Fadingamplitude A, die sowohl die im Signal enthaltene Information als auch den Kanalzustand vollständig ausnutzt, soll nun R_o berechnet werden. Die dabei erhaltene Cut-Off-Rate gibt die Grenzen an, die im günstigsten Fall mit q-PSK erreicht werden können. Zunächst ergibt sich durch Verallgemeinerung von (2.31) auf wertkontinuierliche Größen

$$R_o = \max_{P(x)} \{-\mathrm{ld} \sum_{i=1}^{q} \sum_{k=1}^{q} P(a_i)P(a_k) \int_0^\infty p_A(\alpha)\,d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\underline{y} \sqrt{p_{\underline{n}}(\underline{y}-\alpha\underline{s}_i)\,p_{\underline{n}}(\underline{y}-\alpha\underline{s}_k)}\}. \tag{4.5}$$

Im vorliegenden Fall erhält man nach Integration über den zweidimensionalen Raum des Vektors $\underline{y}$ und nach Integration über A

$$R_o = ldq - ld\{1 + \sum_{i=1}^{q-1} [1 + \frac{E_s}{2N_o} (1 - \cos\frac{2\pi i}{q})]^{-1}\} . \qquad (4.6)$$

Für q=2 reduziert sich (4.6) auf das Resultat (3.18).

In Bild 21 ist R_o in Abhängigkeit von E_s/N_o für q=2,4,8,16 dargestellt. Man entnimmt der Darstellung, daß für ein gegebenes E_s/N_o q-PSK (q>2) verglichen mit BPSK zu einer deutlichen Verbesserung, d.h. zur Vergrößerung von R_o führt. Vergleicht man z.B. BPSK mit 4-PSK (QPSK), so ergibt sich im interessierenden Bereich E_s/N_o>0 dB eine signifikante Vergrößerung, die ab etwa E_s/N_o=15 dB einer Verdoppelung entspricht; dies bedeutet gemäß (2.25) bei unveränderter Coderate eine Multiplikation von P_e mit dem Faktor 2^{-N}. Für N>3 sinkt damit die Fehlerwahrscheinlichkeit um mehr als eine Zehnerpotenz. Begrenzt werden die Kurven in Bild 21 für $E_s/N_o \to \infty$ durch die Werte ld q,

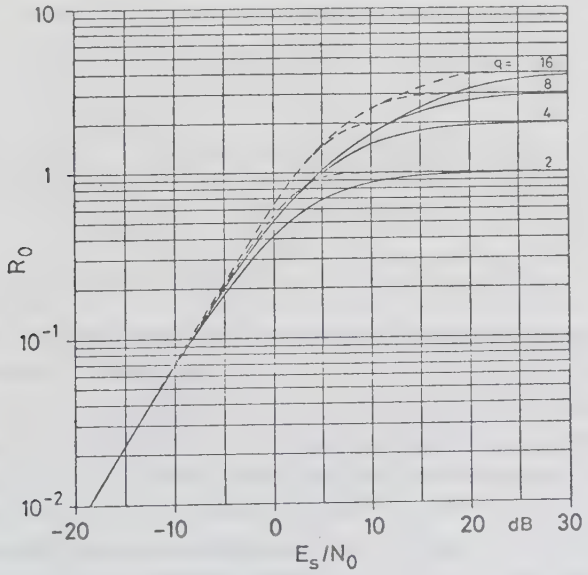

Bild 21 R_o in bit/Symbol als Funktion von E_s/N_o für q-PSK mit YSAS am Rayleighfading-Kanal (—) und am Gaußschen Kanal mit YS (---); q=2,4,8,16

das ist die Anzahl der Informationsbits, die bei dem jeweiligen Modulationsverfahren im praktisch rauschfreien Fall pro Symbol zuverlässig übertragen werden können. Für kleine Werte E_s/N_o gehen die Kurven in die einheitliche Kurve

$$R_o \cong \frac{1}{2\ln 2} \frac{E_s}{N_o} \; ; \quad E_s/N_o << 1 \tag{4.7}$$

über.
In Bild 21 ist zum Vergleich der Verlauf von R_o beim Gaußschen Kanal eingezeichnet. Wird in (4.5) A=1 gesetzt und die zweidimensionale Integration über $\underline{y}$ ausgeführt, errechnet sich für R_o (YS):

$$R_o = \mathrm{ld}\, q - \mathrm{ld}[1 + \sum_{i=1}^{q-1} e^{-\frac{E_s}{2N_o}(1-\cos\frac{2\pi i}{q})}] \tag{4.8}$$

mit

$$R_o \cong \frac{1}{2\ln 2} \frac{E_s}{N_o} \; ; \quad \frac{E_s}{N_o} << 1 \; . \tag{4.9}$$

Das Ergebnis in (4.8) stimmt mit dem in [10] angegebenen Resultat überein.

In Bild 22 ist $(E_b/N_o)_{min}$ als Funktion der Coderate R für beide Kanäle und für q=2,4,8 und q=16 zusammengestellt. Als praktisch bedeutsamer Bereich ist der Bereich oberhalb der Geraden E_s/N_o=0 dB anzusehen.
Bemerkenswert an den Ergebnissen am Rayleighfading-Kanal ist:

- für kleine Coderaten $<5\cdot10^{-2}$ gehen die für unterschiedliche q resultierenden Kurven $(E_b/N_o)_{min}$ in die gemeinsame - auch für den Gaußschen Kanal gültige - Gerade $(E_b/N_o)_{min}$=2 ln2 über. Dies bedeutet, daß der Übergang von q=2(BPSK) auf höhere Werte q>2 zu keiner Verringerung führt.
- für gewisse Coderaten R≥0,3, die in der Regel in der Praxis von Bedeutung sind, liefert die Verwendung von q-PSK (q>2) gegenüber BPSK eine Verringerung der Leistung bzw. eine Reduzierung von $(E_b/N_o)_{min}$ bei gleicher Coderate. Wird BPSK mit QPSK verglichen, beträgt dieser Gewinn für R=1/2 etwa 1,5 dB, für R=0,7 bereits 3 dB und für R=0,9 mehr als 6 dB.

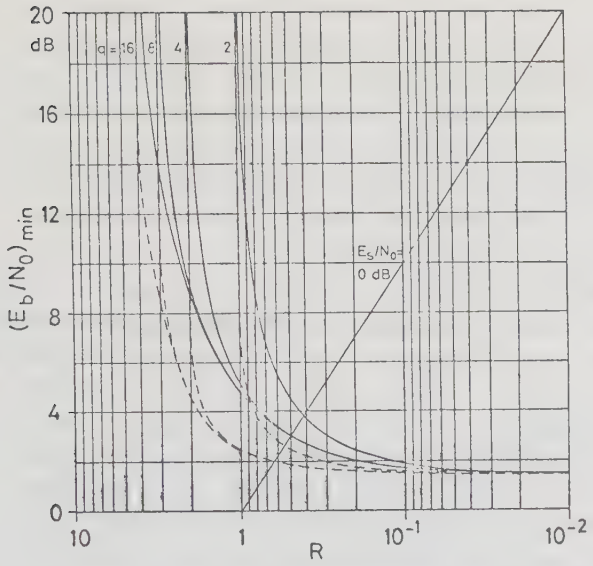

Bild 22 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ für q-PSK mit YSAS am Rayleighfading-Kanal (—) und am Gaußschen Kanal mit YS (---); q=2,4,8,16

- Bis zu einer Coderate R=1 ist der Gewinn beim Übergang von QPSK auf 8-PSK oder 16 PSK unerheblich. Dies trifft bis zu einer Coderate R=2 auch für den Übergang von 8-PSK auf 16-PSK zu. Hieraus folgt offensichtlich, daß von einem - möglicherweise bestehenden - BPSK System auf 4-PSK, von 4-PSK auf 8-PSK usw., übergegangen werden sollte, nicht aber auf ein Modulationsverfahren mit größerem q, da der zusätzliche Gewinn nur geringfügig, der zusätzliche Aufwand aber erheblich ist.
- Für den Gaußschen Kanal fällt der Vergleich der Modulationsverfahren qualitativ in gleicher Weise aus. Die Verringerung von $(E_b/N_o)_{min}$ beim Übergang von BPSK auf QPSK ist allerdings signifikant geringer als beim Fading-Kanal. Für R=0,7 beträgt der Unterschied nur etwas mehr als 1 dB im Gegensatz zu den 3 dB im Fading-Kanal.
- der Vergleich der Ergebnisse zwischen Rayleighfading-Kanal und Gaußschem Kanal ergibt, daß im Falle des Fading-Kanals die Coderate erheblich verringert werden muß, die Übertra-

gungsbandbreite also vergrößert werden muß, um ein bestimmtes $(E_b/N_o)_{min}$ zu erhalten. So wird bei QPSK für $(E_b/N_o)_{min}$=4 dB im Falle des Fading-Kanals eine Coderate von R = 0.75 benötigt, während in Falle des Gaußschen Kanals die Coderate 1.6 betragen kann. Das entspricht einer Verringerung der Coderate um mehr als 50% oder eine Vergrößerung der Übertragungsbandbreite um mehr als 100%.

Abschließend sei erwähnt, daß die für QPSK berechnete Cut-Off-Rate R_o auch zur Beurteilung einer Reihe anderer, in jüngerer Zeit entwickelter, mit QPSK eng verwandter Modulationsverfahren herangezogen werden kann, sofern langsames Fading vorliegt. Zu diesen Verfahren zählt das sogenannte Offset-QPSK und auch Minimum Shift Keying (MSK) [13,14]. Die Sendesignale dieser Modulationsverfahren unterscheiden sich von denen der QPSK, die in Bild 5 veranschaulicht sind, durch die zeitliche Verschiebung von Sinus- oder Cosinuskomponente und gegebenenfalls auch durch eine andere Wahl der Basisband-Signale, d.h. des orthogonalen Funktionensatzes.
Das Verhalten der Fehlerwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von E_s/N_o und daher R_o bleibt für MSK und QPSK unter den genannten Bedingungen gleich. Der wesentliche Unterschied beider Modulationsverfahren findet sich in der jeweiligen Form der spektralen Leistungsdichte (vgl. Kap. 5), die bei MSK wesentlich schneller als bei QPSK für größere Frequenzen abklingt.

4.2 Binäre Frequenzumtastung (BFSK)

Die binären Symbole a_1 und a_2 am Eingang des BFSK-Modulators werden frequenzmoduliert, so daß am Ausgang, abhängig vom Erscheinen eines bestimmten Symbols a_k, ein Sendesignal der Form

$$s_k(t) \sim \cos(2\pi f_k t); \quad k=1,2; \; 0 \le t \le T_s \tag{4.10}$$

erscheint. Es wird eine binäre Frequenzumtastung betrachtet, bei der die beiden Signalvektoren $\underline{s}_1$ und $\underline{s}_2$, wie in Bild 23 dargestellt, orthogonal zueinander angeordnet sind. Man spricht in diesem Fall von Modulationsverfahren mit orthogonalen Sendesignalen. Die Orthogonalitätsbedingung der Sendesignale ist für Frequenzen f_1 und f_2 erfüllt, für die z.B. gilt $f_1=n/T_s$;

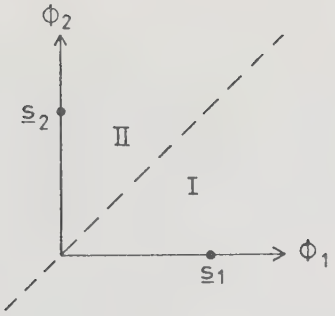

Bild 23

Signalraumdarstellung von BFSK

$f_2=(2n+m)/2T_s$; m ganz, so daß $\Delta f=|f_1-f_2|=m/2T_s$ beträgt. Der minimale Frequenzabstand für orthogonale Sendesignale ist bei kohärenter Demodulation demnach $\Delta f=1/2T_s$.
Da beide Symbole mit gleicher Signalenergie gesendet werden, sind $|\underline{s}_1|=|\underline{s}_2|=\sqrt{E_s}$, wobei E_s wiederum die mittlere Energie pro gesendetem Symbol angibt. Mit der normierten Verteilungsdichte $p_A(\alpha)$ der Fadingamplitude nach (3.2) bezeichnet E_s auch die mittlere Energie pro übertragenem Symbol.
Auf der Empfangsseite liegt die Symbolentscheidung bei ideal kohärentem Empfang der zweidimensionale Empfangsvektor

$$r = A\,\underline{s}_k + n\ ,\ k=1,2$$

an mit der bedingten Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$p(\underline{r}|\underline{s}_k,A=\alpha) = p_{\underline{n}}(\underline{r}-\alpha\underline{s}_k) = \frac{1}{\pi N_o}\, e^{-|\underline{r}-\alpha\underline{s}_k|^2/N_o} \quad . \qquad (4.11)$$

$$\underline{s}_1=\sqrt{E_s}(1,0)$$

$$\underline{s}_2=\sqrt{E_s}(0,1)$$

Analog zu BPSK lassen sich für diese BFSK-Modulation die interessierenden Kombinationen betrachten.

YHAN

Eine optimale "harte Symbolentscheidung" liegt im Falle von BFSK dann vor, wenn $y=b_1$ sm Ausgang des Demodulators erscheint, falls $\underline{r}$ innerhalb des in Bild 23 mit I bezeichneten Gebietes

liegt, und $y=b_2$ entschieden wird für $\underline{r}$ innerhalb des Gebietes II bei gleichwahrscheinlichen Codesymbolen am Eingang des diskreten Kanals. Die Entscheidungsregel ist wiederum für den Rayleighfading-Kanal und den Gaußschen Kanal gleich [4].
Mit der "harten Symbolentscheidung" ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit, daß b_1 auftritt, vorausgesetzt, a_1 wurde gesendet und A nimmt gerade den Wert $A=\alpha$ an,

$$P(b_1|a_1,A=\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} dr_2 \int_{r_2}^{\infty} dr_1 p(\underline{r}|\underline{s}_1;A=\alpha) = 1-Q(\alpha\sqrt{E_s/N_o}) = P(b_2|a_2,A=\alpha) \tag{4.12}$$

und folglich

$$P(b_2|a_1,A=\alpha) = P(b_1|a_2,A=\alpha) = Q(\alpha\sqrt{E_s/N_o}).$$

Hierauf folgt

$$R_o = 1 - ld(1+1/\sqrt{1+E_s/2N_o}) . \tag{4.13}$$

YSAN

Ausgehend von einer beliebig feinen Quantisierung von $\underline{r}$ in beide Dimensionen, liegt dem Decoder bei dieser weichen Symbolentscheidung ein wertkontinuierliches, zweidimensionaler Vektor $\underline{y}=\underline{r}$ an, mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$p(\underline{y}|a_k;A=\alpha) = p_{\underline{n}}(\underline{y}-\alpha\underline{s}_k).$$

Man erhält in diesem Fall für R_o nach einigen Umformungen

$$R_o = 1 - ld\{1+[\int_{-\infty}^{\infty} dz(\frac{1}{\sqrt{\pi N_o}} \exp(-\frac{z^2}{2N_o})\sqrt{\int_0^{\infty} p_A(\alpha)\exp[-\frac{(z-\alpha\sqrt{E_s})^2}{N_o}]d\alpha}]^2\} \tag{4.14}$$

YHAS

Es ist

$$R_o = 1-ld[1+2\int_o^\infty p_A(\alpha)\sqrt{Q(\alpha\sqrt{E_s/N_o})(1-Q(\alpha\sqrt{E_s/N_o}))}\,d\alpha]. \qquad (4.15)$$

YSAS

Auch bei dieser Kombination gilt:

$$R_o = 1 - ld(1+1/(1+E_s/2N_o)). \qquad (4.16)$$

Der Vergleich der Resultate (4.13), (4.14), (4.15) und (4.16) für BFSK mit den entsprechenden Resultaten (3.8), (3.10), (3.15) und (3.18) für BPSK zeigt, daß im Falle von BFSK E_s/N_o um den Faktor 2 vergrößert werden muß, um die gleichen Werte für R_o wie bei BPSK zu erhalten. Das bedeutet, daß die Kurven $R_o=f(E_s/N_o)$ für BFSK aus denen für BPSK durch Verschiebung um 3 dB zu höheren Werten hervorgehen, ihre Form aber beibehalten. Entsprechend erscheinen die Kurven für $(E_b/N_o)_{min}$ als Funktion von R in der Darstellung von Bild 11 um 3 dB nach oben verschoben. Bild 10 und 11 geben also auch einen Überblick über das Verhalten der verschiedenen Entscheidungsarten für den Fall von BFSK. Dieser für den Rayleighfading-Kanal erhaltene Befund gilt auch für den Vergleich von BFSK mit BPSK für den Gaußschen Kanal. Man braucht also nur die in Bild 14 und 15 dargestellten Kurven um 3 dB nach rechts bzw. nach unten zu verschieben, um die Werte für BFSK zu gewinnen.

4.3 q-FSK

Die den Codesymbolen $\{a_1,\ldots,a_k,\ldots,a_q\}$ zugeordneten Signalvektoren

$$\underline{s}_k = \sqrt{E_s}(0_{(1)},\ldots,1_{(k)},\ldots,0_{(q)});\quad 1\le k\le q \qquad (4.17)$$

seien orthogonal zueinander angenommen. Wählt man z.B. die

Frequenzen $f_k=(2n+mk)/(2T_s)$, n,m ganz, so daß $|f_{k+1}-f_k|=m/(2T_s)$ mit dem minimalen Frequenzabstand gilt, wird die Orthogonalitätsbedingung erfüllt.
Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des q-dimensionalen Empfangsvektors $\underline{r}$ ist bei einem ideal kohärenten Empfang

$$p(\underline{r}|\underline{s}_k,A=\alpha) = p_{\underline{n}}(\underline{r}-\alpha\underline{s}_k) = \frac{1}{(\pi N_o)^{q/2}} e^{-|\underline{r}-\alpha\underline{s}_k|^2/N_o} \qquad (4.18)$$

mit $\underline{s}_k$ gemäß (4.1).
Bei einer weichen Symbolentscheidung, d.h. bei einer beliebig feinen Quantisierung von $\underline{r}$ in q Dimensionen, werden die Empfangssymbole durch das am Demodulatorausgang anliegende $\underline{y}=\underline{r}$ beschrieben. Wird zudem die exakte Kenntnis der Fadingamplitude vorausgesetzt, erhält man für R_o unter Zuhilfenahme von (4.5) und für $P(a_k)=1/q$ für alle k

$$R_o = ldq - ld(1+\frac{q-1}{1+E_s/2N_o}) \qquad (4.19)$$

mit der Näherungslösung

$$R_o \cong \frac{1}{2ln2} \cdot \frac{q-1}{q} \frac{E_s}{N_o} \; ; \quad \frac{E_s}{N_o} << 1 \; . \qquad (4.20)$$

Bild 24 zeigt R_o in Abhängigkeit von E_s/N_o für q=2,4,8,16.
Zum Vergleich sind wieder die Funktionen für YS

$$R_o = ldq - ld[1+(q-1)e^{-E_s/2N_o}] \qquad (4.21)$$

mit der Näherung

$$R_o \cong \frac{1}{2ln2} \frac{q-1}{q} \frac{E_s}{N_o} \; ; \quad \frac{E_s}{N_o} << 1 \qquad (4.22)$$

für den Gaußschen Kanal eingezeichnet. Für großes q und hinreichend kleines E_s/N_o geht R_o in die Asymptote von q-PSK über.
In Bild 25 sind die Kurven $(E_b/N_o)_{min}$ in Abhängigkeit von R für q=2,4,8,16 zusammen mit denen für den Gaußschen Kanal dargestellt.

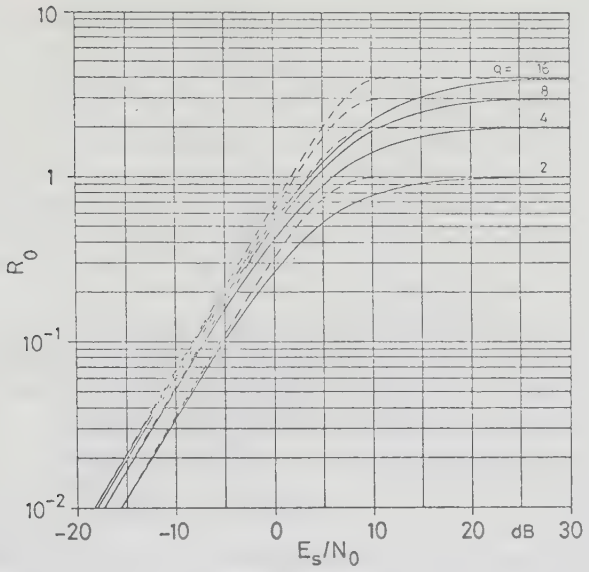

Bild 24 R_o in bit/Symbol als Funktion von E_s/N_o für q-FSK mit YSAS am Rayleighfading-Kanal (——) und am Gaußschen Kanal mit YS (---); q=2,4,8,16

Die wesentlichsten Ergebnisse sind:

- Für R→0 nähert sich $(E_b/N_o)_{min}$ der Konstanten $(E_b/N_o)_{min} = 2(q-1)\ln 2/q$, die mit der des Gaußschen Kanals übereinstimmt. In diesem Fall verhält sich der Rayleighfading-Kanal also wie ein Gaußscher Kanal.
- Für Coderaten R>0,3 nehmen die Differenzen der $(E_b/N_o)_{min}$-Werte für unterschiedliches q mit wachsendem R zu. Für eine praktisch wichtige Coderate wie R=1/2 beträgt die Differenz für $(E_b/N_o)_{min}$ zwischen 4-FSK und BFSK mehr als 3 dB, für R=0,7 bereits 5 dB und für R=0,8 mehr als 6 dB. Für 8-FSK nimmt die Differenz jweils nochmals für $(E_b/N_o)_{min}$ um 1 dB zu.
- Vergleicht man das Ergebnis des Rayleighfading-Kanals mit dem des Gaußschen Kanals speziell für 4-FSK, dann muß am Fading-Kanal die Coderate von R≈1,5 auf R~0,5 reduziert werden, um $(E_b/N_o)_{min}$ = 4 dB zu erhalten; das erfordert

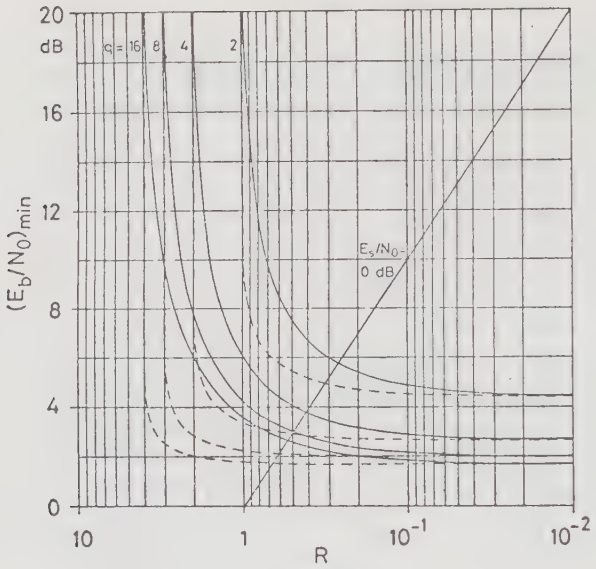

Bild 25 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ für q-FSK mit YSAS am Rayleighfading-Kanal (—) und am Gaußschen Kanal mit YS (---); q=2,4,8,16

eine dreifache Übertragungsbandbreite.

- Vergleicht man q-FSK mit q-PSK, so erhält man für q=2 die bekannte 3 dB Differenz. Auch für q=4 ist $(E_b/N_o)_{min}$ von QPSK um etwa 1 dB kleiner als bei 4-FSK bei gleicher Coderate. Für q=8 dagegen fällt das Ergebnis von 8-FSK für Werte R>1/2 um etwa 1 dB kleiner aus als bei 8-PSK. Noch deutlicher wird der Unterschied für q=16. Bei R=1 beträgt die Differenz zu Gunsten von FSK etwa 1 dB, bei R=2 bereits 2 dB und bei R=3 mehr als 3 dB. Im praktisch interessanten Bereich oberhalb der Geraden E_s/N_o=O dB ist 4-FSK deutlich günstiger als BPSK. Das günstigere Verhalten von 8-FSK gegenüber 8-PSK und von 16-FSK gegenüber 16-PSK kann auf die günstigeren Abstandsverhältnisse der Signalvektoren im Signalraum zurückgeführt werden. Während die Signalvektoren von q-PSK stets im zweidimensionalen Raum liegen, nimmt bei q-FSK die Dimension des Signalraums mit q zu. Dadurch wächst die Bandbreite, so daß bei Berücksichtigung der Bandbreite - siehe Kapitel 5 - der Vergleich zwischen q-FSK und q-PSK anders ausfallen kann.

4.4 Binäre Amplitudenmodulation (OOK) und 16-QASK

Im Rahmen der Betrachtung von Modulationsverfahren mit kohärenter Demodulation sollen nun noch zwei spezielle Amplitudenmodulationen diskutiert werden. Zum einen wird die einfachste Form eines binären Amplitudenmodulations-Verfahrens, das "On-Off-Keying" (OOK), zum anderen eine spezielle, häufig verwendete, Quadratur-Amplitudenmodulation, das sogenannte "16-QASK", untersucht.

On-Off-Keying stellt das einfachste Beispiel eines Modulationsverfahrens dar, bei dem die Kenntnis der Fadingamplitude A bereits bei der Symbolentscheidung im Demodulator ausgenutzt werden kann und zu einer deutlichen Verbesserung führt.
Im Falle von OOK werden die den binären Codesymbolen zugeordneten Vektoren im Signalraum, wie in Bild 26 gezeigt, durch $\underline{s}_1=0$ und $\underline{s}_2=B$ repräsentiert. Die mittlere Energie pro gesendetem Symbol, bzw. pro übertragenem Symbol ist, wenn beide Symbole gleichwahrscheinlich am Eingang des Modulators auftreten, $E_s=B^2/2$. Eine optimale harte Symbolentscheidung erfordert bei einem Kanal, der durch additives weißes Gaußsches Rauschen gestört ist, eine Entscheidungsschwelle $b_o=B/2$.
In einem Fading-Kanal wird bei Unkenntnis der momentanen Fadingamplitude ein Empfänger anzunehmen sein, dessen Entscheidungsschwelle ebenfalls $b_o=B/2$ beträgt, so daß $y=b_1$ am Ausgang des Demodulators bei perfekter Phasenausregelung erscheint, wenn

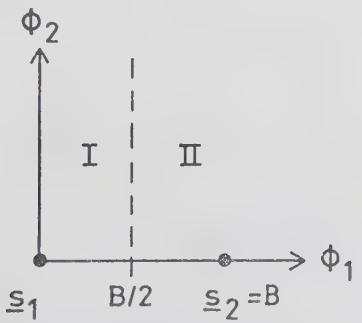

Bild 26 Signalraumdarstellung von OOK

der Empfangsvektor $r=A\,s_k+n$ unterhalb b_o liegt und das Symbol $y=b_2$ entschieden wird, wenn r einen Wert $r>b_o$ annimmt.
Mit der Ausnahme einer konstanten Entscheidungsschwelle b_o erhält man bei Rayleighfading einen unsymmetrischen Binärkanal mit

$$P(b_2|a_1) = 1- P(b_1|a_1) = Q(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}) = \varepsilon_1 \qquad (4.23)$$

und

$$P(b_1|a_2) = 1- P(b_2|a_2)$$

$$= 1-Q(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}) - \frac{1}{\sqrt{1+1/\gamma}}\, e^{-\frac{1}{4(1+1/\gamma)}} \left(1-Q\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2(1+\gamma)}}\right)\right) = \varepsilon_2.$$

$$\gamma = B^2/N_o$$

Mit wachsendem B^2/N_o strebt die Wahrscheinlichkeit ε_2 gegen den Wert $\varepsilon_2=1-e^{-1/4}$. Dieser Wert entspricht der Wahrscheinlichkeit, daß die Empfangsvariable $\underline{r}$ auch ohne Rauschen, aber aufgrund von Fading kleiner wird als die Entscheidungsschwelle b_o. Man erhält unter der Voraussetzung gleichwahrscheinlich gesendeter Binärsymbole $P(a_1)=P(a_2)=1/2$ für Cut-Off-Rate

$$R_o = 1- \mathrm{ld}[1+\sqrt{\varepsilon_1(1-\varepsilon_2)} + \sqrt{\varepsilon_2(1-\varepsilon_1)}]$$

$$\text{dann mit } \gamma = \frac{2E_s}{N_o}$$

und dem Grenzwert

$$\lim_{E_s/N_o \to \infty} R_o = 1-\mathrm{ld}(1+\sqrt{1-e^{-1/4}}) = 0{,}44\ .$$

Im rauschfreien Fall können demnach auch mit Kanalcodierung nicht mehr als 0,44 Informationsbits pro Codesymbol zuverlässig übertragen werden. Damit ergibt sich das in Bild 27 dargestellte Ergebnis für das mindesterforderliche E_b/N_o.

Die Kenntnis der momentanen Fadingamplitude läßt sich bei Verwendung von OOK in zweifacher Weise ausnutzen. Einerseits wäre eine adaptive Entscheidungsschwelle $b_o=(AB)/2$ denkbar. Man

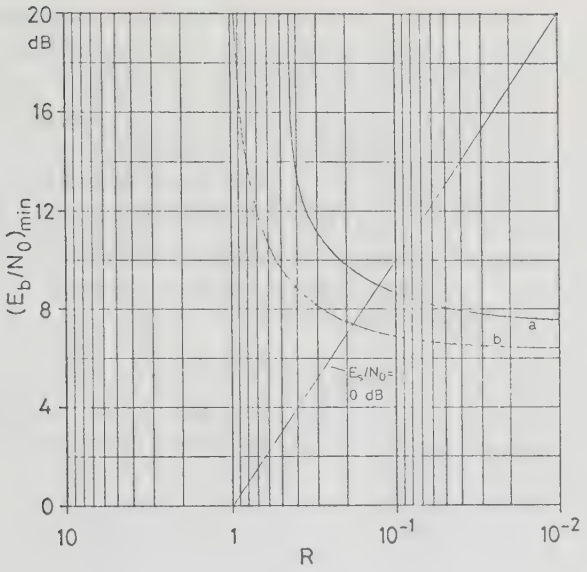

Bild 27 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ am Rayleigh-fading-Kanal für kohärentes OOK. a: ohne Kenntnis der Fadingamplitude, Entscheidungsschwelle konstant; b: mit Kenntnis der Fadingamplitude, Entscheidungsschwelle adaptiv

erhält dann einen symmetrischen Binärkanal mit

$$P(b_1|a_2,A=\alpha) = p(b_2|a_1,A=\alpha) = Q(\alpha\sqrt{E_s/N_o}) \quad . \tag{4.24}$$

Die Kenntnis von A kann aber andererseits auch bei der Decodierung als Zusatzinformation über die Zuverlässigkeit der einzelnen Binärentscheidungen ausgenutzt werden. Für R_o ergibt sich dann das gleiche Resultat wie bei Verwendung von BFSK-Modulation, nämlich:

$$R_o = 1-ld(1+2\int_0^\infty d\alpha p_A(\alpha)\sqrt{Q(\alpha\sqrt{E_s/N_o})(1-Q(\alpha\sqrt{E_s/N_o}))}\ ).$$

Hieraus ergibt sich das in Bild 27 als Funktion der Coderate R eingezeichnete $(E_b/N_o)_{min}$. Man entnimmt den beiden Kurven, daß z.B. bei R=0,4 $(E_b/N_o)_{min}$ um mehr als 4 dB verringert werden kann, wenn die momentane Fadingamplitude A genau geschätzt werden kann. Betrachtet man dagegen den Unterschied von $(E_b/N_o)_{min}$ bei gleicher Coderate zwischen YHAN und YHAS, so findet man deutlich größere Differenzen als bei BPSK und BFSK. Dies ist darauf zurückzuführen, daß im Falle von OOK die Kenntnis von A sowohl bei der Demodulation als auch bei der Decodierung ausgenutzt werden kann.

Das *Modulationsverfahren 16-QASK* wird vielfach bei Übertragungen vorgeschlagen, die vor allem durch Bandbreitenbegrenzungen gekennzeichnet sind. Die Signalraumdarstellung von 16-QASK zeigt Bild 28.

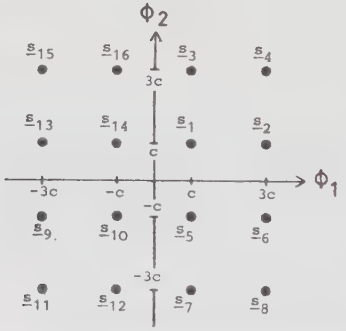

Bild 28 Signalraumdarstellung von 16-QASK

Mit jedem Symbol können maximal 4 Informationsbits übertragen werden, daher ist dieses Verfahren mit z.B. 16-FSK oder 16-PSK vergleichbar. Zur Berechnung von R_o wird kohärenter Empfang, eine weiche Symbolentscheidung, d.h. ein wertkontinuierliches, zweidimensionales $\underline{y}=\underline{r}$ und die exakte Kenntnis der Fadingamplitude A vorausgesetzt. Darüberhinaus werden, wie in der Praxis üblich, gleichverteilte Sendesymbole angenommen. Man erhält dann für die Cut-Off-Rate:

$$R_o = 4\text{-ld}\left(1+\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{16}\frac{1}{1+|\underline{s}_i-\underline{s}_k|^2/(4N_o)}\right). \qquad (4.25)$$

In Bild 29 ist das Resultat für $(E_b/N_o)_{min}$ dargestellt. Zum Vergleich ist das Ergebnis für einen Gaußschen Kanal und vorausgesetzter weicher Symbolentscheidung eingezeichnet.

Für diesen Kanal erhält man (ebenfalls mit $P(a_k)=1/q$)

$$R_o = 4\text{-ld}\left(1+\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{16} e^{-|\underline{s}_i-\underline{s}_k|^2/(4N_o)}\right) \qquad (4.26)$$

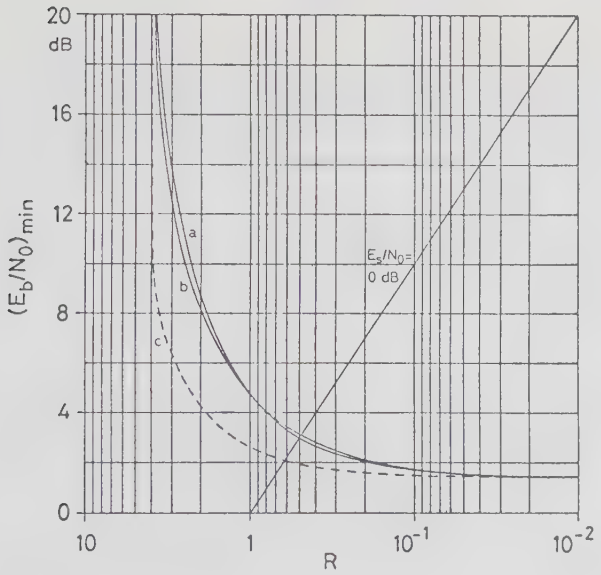

Bild 29 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ für 16-QASK und 16-PSK mit YSAS am Rayleighfading-Kanal a: 16-PSK; b: 16- QASK; und am Gaußschen Kanal c: 16-QASK

Der Vergleich mit 16-PSK ergibt für 16-QASK ein geringfügig kleineres $(E_b/N_o)_{min}$ für R>1; ist R=3, beträgt die Differenz etwas mehr als 1 dB. Dies deutet darauf hin, daß bei Verwendung von Kanalcodierung der Übergang von 16-PSK auf 16-QASK bei gleicher Coderate R keine wesentliche Verbesserung verspricht.

Demgegenüber sind bei harter Symbolentscheidung und Unkenntnis von A Degradationen wie bei dem betrachteten OOK zu erwarten, da die Entscheidungsschwelle vom momentanen Signal-Geräusch-Leistungsverhältnis, d.h. von A abhängt.

4.5 Inkohärente BFSK und Inkohärente q-FSK

Mit den in Abschnitt 4.3 beschriebenen orthogonalen Sendesignalen erfolgt im inkohärenten FSK-Empfänger bei einhüllender Detektion eine Symbolentscheidung aufgrund eines q-dimensionalen Datenvektors $\underline{R}$, dessen bedingte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, vorausgesetzt a_k bzw. $\underline{s}_k$ wird gesendet und der analoge Kanal wird lediglich durch additives weißes Gaußsches Rauschen gestört, durch

$$p(\underline{R}|\underline{s}_k) = \frac{R_k}{(N_o/2)}\, e^{-\frac{(R_k^2+E_s)}{N_o}}\, I_o\left(\frac{2\sqrt{E_s}}{N_o} R_k\right) \prod_{\substack{i=1\\ i\neq k}}^{q} \frac{R_i}{(N_o/2)^{q-1}}\, e^{-\frac{R_i^2}{N_o}}; \qquad R_k \geq 0 \tag{4.27}$$

gegeben ist [15]. Dies gilt für einen minimalen Frequenzabstand der orthogonalen Sendesignale von $\Delta f = 1/T_s$. Für einen langsamen Rayleighfading-Kanal folgt deshalb unmittelbar

$$p(\underline{R}|\underline{s}_k, A=\alpha) = \frac{R_k}{(N_o/2)}\, e^{-\frac{R_k^2+\alpha^2 E_s}{N_o}}\, I_o\left(2\alpha R_k \frac{\sqrt{E_s}}{N_o}\right) \prod_{\substack{i=1\\ i\neq k}}^{q} \frac{R_i}{(N_o/2)^{q-1}} \cdot \cdot e^{-\frac{R_i^2}{N_o}}; \quad R_k \geq 0. \tag{4.28}$$

Da in der vorliegenden Arbeit nicht-frequenzselektives Fading betrachtet wird, ist die Fadingamplitude A für alle Sendefrequenzen und demzufolge für alle Komponenten i in (4.28) gleich.

Im weiteren wird zunächst Inkohärente binäre FSK und anschließend der allgemeine Fall von Inkohärenter q-FSK betrachtet.
Die bedingte Verteilungsdichte in (4.28) vereinfacht sich bei Inkohärenter BFSK auf

$$p(\underline{R}|\underline{s}_k,A=\alpha) = \frac{4}{N_o^2}\exp\{-\alpha^2\frac{E_s}{N_o}\}\,R_1R_2\exp\{-\frac{R_1^2+R_2^2}{N_o}\}I_o(2\alpha R_k\frac{\sqrt{E_s}}{N_o}) \tag{4.29}$$

Da auch bei inkohärentem Empfang an eine Ausnutzung der Kenntnis von A gedacht werden kann, werden für Inkohärente BFSK die bekannten Fallunterscheidungen betrachtet.

YHAN

Die harte Symbolentscheidung trifft analog zum Gaußschen Kanal eine Entscheidung $y=b_1$, wobei b_k äquivalent a_k ist, falls $R_1>R_2$ und $y=b_2$ wenn $R_2>R_1$, so daß

$$P(b_2|a_1,A=\alpha) = \int_o^\infty dR_1 \int_{R_2=R_1}^\infty dR_2\; p(\underline{R}|\underline{s}_1;A=\alpha) = \frac{1}{2}\exp\{-\alpha^2\frac{E_s}{2N_o}\}. \tag{4.30}$$

Für den diskreten Kanal ergibt sich

$$P(b_2|a_1) = P(b_1|a_2) = 1/(2+E_s/N_o) = \varepsilon. \tag{4.31}$$

Unter Beachtung der Symmetrie des Binärkanals folgt

$$R_o = 1-ld(1+\frac{2}{2+E_s/N_o}\sqrt{1+E_s/N_o}) \tag{4.32}$$

mit

$$R_o \cong \frac{1}{16\ln 2}(\frac{E_s}{N_o})^2 \;;\quad \frac{E_s}{N_o} << 1\;. \tag{4.33}$$

In den Bildern 30 und 31 sind R_o in Abhängigkeit von E_s/N_o und $(E_b/N_o)_{min}$ in Abhängigkeit von R dargestellt.

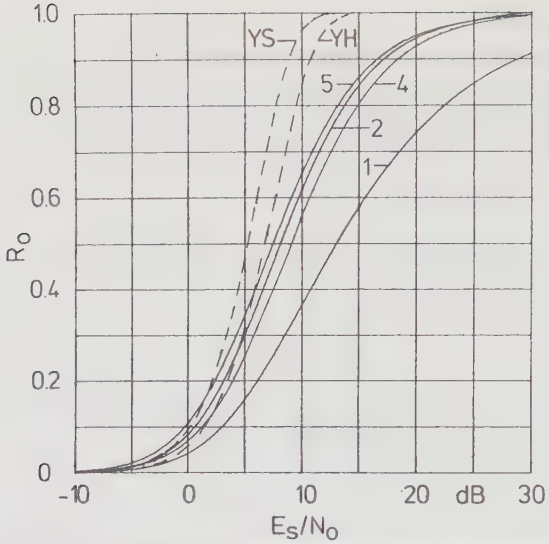

Bild 30 R_o in bit/Symbol als Funktion von E_s/N_o für Ink.2-FSK am Rayleighfading-Kanal; 1: YHAN; 2: YSAN; 4: YHAS; 5: YSAS und am Gaußschen Kanal YH: y binär; YS: y wertkontinuierlich

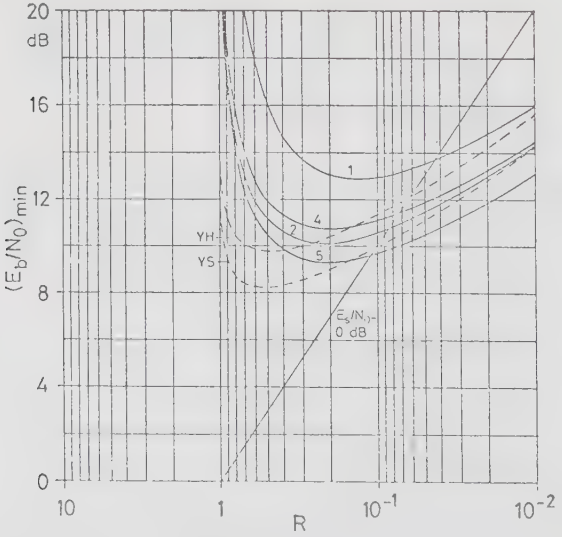

Bild 31 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ für Ink. 2FSK am Rayleighfading-Kanal und am Gaußschen Kanal; Fallunterscheidungen wie in Bild 30

YSAN

Bei der weichen Symbolentscheidung, der einer beliebig feinen Quantisierung von $\underline{R}$ in beiden Dimensionen entspricht, wird das Empfangssymbol durch ein wertkontinuierliches, zweidimensionales $\underline{y}=\underline{R}$ repräsentiert. Für diesen Fall erhält man mit (4.29):

$$R_o = 1-ld(1+\frac{1+E_s/N_o}{(1+E_s/2N_o)^2}) \quad . \tag{4.34}$$

und

$$R_o \tilde{=} \frac{1}{8ln2}\,(\frac{E_s}{N_o})^2 \text{ für } \frac{E_s}{N_o} << 1 \quad . \tag{4.35}$$

YHAS

R_o ergibt mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion aus (4.30)

$$R_o = 1-ld(1+\int_o^\infty dz\; e^{-z\beta\sqrt{2-e^{-z\gamma}}}) \tag{4.36}$$

$$\beta=1+\frac{\gamma}{2}\;;\; \gamma = \frac{E_s}{2N_o} \quad . \tag{4.37}$$

Für kleine E_s/N_o geht (4.36) ebenfalls in (4.35) über, so daß die Kenntnis von A für diesen Grenzfall demnach zur gleichen Lösung wie bei YSAN (ohne Kenntnis der Fadingamplitude) führt.

YSAS

Bei dieser Entscheidungsart beträgt R_o

$$R_o = 1-ld\{1+I_{iFSK}(E_s/N_o)\} \tag{4.38}$$

mit

$$I_{iFSK}(E_s/N_o) = 4\int_o^\infty d\alpha p_A(\alpha)\; e^{-\alpha^2 E_s/N_o} \int_o^\infty dy_1 \int_o^\infty dy_2\; y_1y_2\; e^{-(y_1^2+y_2^2)} \cdot \tag{4.39}$$

$$\cdot \sqrt{I_o(2\alpha y_1\sqrt{E_s/N_o})\, I_o(2\alpha y_2\sqrt{E_s/N_o})} \quad .$$

Für hinreichend kleine Werte E_s/N_o ergibt sich nach Reihenentwicklung

$$R_o \cong \frac{1}{4\ln 2} \left(\frac{E_s}{N_o}\right)^2 \quad ; \quad \frac{E_s}{N_o} << 1. \tag{4.40}$$

In Bild 30 und 31 sind die Resultate dargestellt.
Zum Vergleich sind die entsprechenden Kurven für einen Gaußschen Kanal eingetragen. Mit diesem Kanal erhält man gemäß (4.27) im Falle y binär (YH)

$$R_o = 1-\mathrm{ld}\left(1+2\sqrt{\frac{1}{2}\, e^{-\frac{E_s^2}{2N_o}} \left(1-\frac{1}{2}\, e^{-\frac{E_s^2}{2N_o}}\right)}\right) \tag{4.41}$$

$$R_o \cong \frac{1}{16\ln 2} \left(\frac{E_s}{N_o}\right)^2 \quad ; \quad \frac{E_s}{N_o} << 1 \tag{4.42}$$

und im Falle y wertkontinuierlich (YS)

$$R_o = 1-\mathrm{ld}\left(1+I_{iFSK}(E_s/N_o)\right) \tag{4.43}$$

mit dem Integralausdruck

$$I_{iFSK}(E_s/N_o) = 4e^{-\frac{E_s}{N_o}} \int_0^\infty dy_1 \int_0^\infty dy_2 y_1 y_2\, e^{-(y_1^2+y_2^2)} \sqrt{I_o\left(2y_1\sqrt{\frac{E_s}{N_o}}\right) I_o\left(2y_2\sqrt{\frac{E_s}{N_o}}\right)}. \tag{4.44}$$

Für kleine Werte E_b/N_o gilt

$$R_o \cong \frac{1}{8\ln 2} \left(\frac{E_s}{N_o}\right)^2 \quad ; \quad \frac{E_s}{N_o} << 1 \,. \tag{4.45}$$

Vergleicht man die Ergebnisse für $(E_b/N_o)_{min}$ als Funktion von R, so ist folgendes festzustellen:

- Für Coderaten R→0 nimmt $(E_b/N_o)_{min}$ bei inkohärenter Demodulation aufgrund der quadratischen Abhängigkeit von E_s/N_o wieder zu. Ein Vergleich mit den Kurven beim Gaußschen Kanal ergibt im Grenzfall R→0 übereinstimmende Asymptoten, wenn A nicht bekannt ist. Demnach verhält sich bei inkohärentem Empfang für R→0 der Rayleighfading-Kanal auch ohne Kenntnis der Fadingamplitude wie ein Gaußscher Kanal.

- Alle Kurven weisen ein Minimum auf. Die zugehörige Coderate, die stets zwischen 0,1 und 0,3 liegt, ist für das inkohärente Modulationsverfahren optimal. Im Fall YSAN ist dies ein Wert R~1/4, entsprechend $(E_b/N_o)_{min}$=10 dB, der im praktisch relevanten Bereich oberhalb der Geraden E_s/N_o=0 dB liegt. Eine Verringerung der Coderate unterhalb dieses Wertes ist deshalb nicht sinnvoll.
- Für die praktisch wichtige Coderate R=1/2 ist im Falle von YHAS $(E_b/N_o)_{min}$ um etwa 4 dB geringer als im Falle von YHAN. Dagegen beträgt die Differenz zwischen YSAN und YSAS nur knapp 1 dB.

Interessant ist auch der Vergleich zwischen inkohärenten und kohärenten Verfahren. So findet man für $(E_b/N_o)_{min}$ bei R=1/2 im Falle der inkohärenten BFSK mit YHAS einen nur etwa 1 dB größeren Wert als im Falle von kohärenter BFSK mit YHAN. Demnach ist die Kenntnis der Phase der Kenntnis der Fadingamplitude nahezu äquivalent.

Inkohärente q-FSK

Es wird der Fall einer weichen Symbolentscheidung, bei der die Empfangssymbole durch einen q-dimensionalen mit $\underline{R}$ übereinstimmenden Vektor $\underline{y}$ repräsentiert werden, betrachtet. Die Fadingamplitude sei nicht bekannt. In Kanälen, in denen inkohärente FSK eingesetzt wird, ist diese Annahme realistisch; überdies haben Berechnungen gezeigt, daß die Kenntnis von A nur eine Verringerung des $(E_b/N_o)_{min}$ von weniger als 1 dB liefert.

Nit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion gemäß (4.28) erhält man für R_o, da $P(a_k)=1/q$, $\forall k$ die optimale Verteilung der Codesymbole darstellt,

$$R_o = ldq - ld(1+4(q-1)(1-\varepsilon)\varepsilon); \qquad \varepsilon=(2+E_s/2N_o)^{-1} \tag{4.46}$$

mit

$$R_o \cong \frac{1}{4\ln 2}\,\frac{q-1}{q}\,\left(\frac{E_s}{N_o}\right)^2 \;; \quad \left(\frac{E_s}{N_o}\right) << 1 \,. \tag{4.47}$$

Bei einem Gaußschen Kanal findet man bei weicher Symbolentscheidung

$$R_o = ldq - ld[1+(q-1)I_{iFSK}(E_s/N_o)] \tag{4.48}$$

mit $I_{iFSK}(.)$ aus (4.44). Ist E_s/N_o hinreichend klein, so gilt

$$R_o \cong \frac{1}{4\ln 2}\,\frac{q-1}{q}\,\left(\frac{E_s}{N_o}\right)^2 , \quad \frac{E_s}{N_o} << 1 . \tag{4.49}$$

Die in den Bildern 32 und 33 dargestellten Resultate - zum Vergleich sind wieder die für den Gaußschen Kanal eingezeichnet - lassen erkennen, daß bei Rayleighfading-Kanälen auch mit inkohärenter FSK für q>2 eine deutliche Verbesserung gegenüber dem binären Verfahren erzielt werden kann; z.B. findet man bei der Coderate R=1/2 für $(E_b/N_o)_{min}$ im Falle von inkohärenter 4-FSK um etwa 3 dB geringere Werte als im Falle von inkohärenter BFSK. Die optimale Coderate beträgt für q=4,8 und 16 etwa R=1/2. Eine Reduzierung von R unterhalb dieses Wertes benötigt ein größeres $(E_b/N_o)_{min}$. Schließlich sei bemerkt, daß für R=1/2 inkohärente 8-FSK ohne Kenntnis von A vergleichbar mit kohärenter BFSK bei voller Kenntnis von A wird.

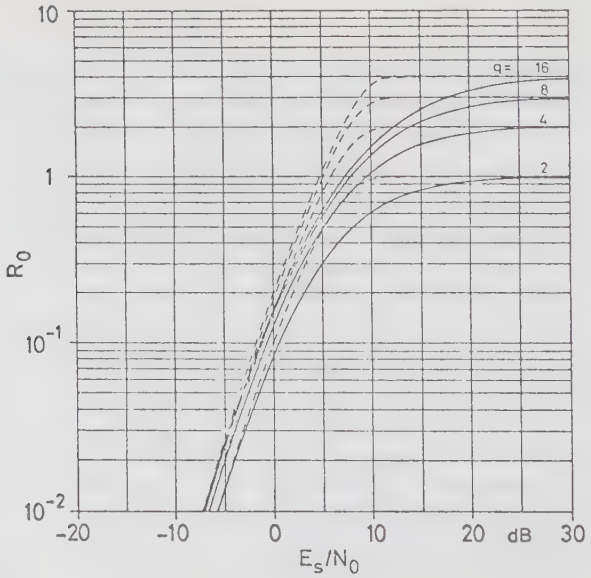

Bild 32 R_o in bit/Symbol als Funktion von E_s/N_o für Ink. q-FSK mit YSAN am Rayleighfading-Kanal (——) und am Gaußschen Kanal mit YS (---); q=2,4,8,16

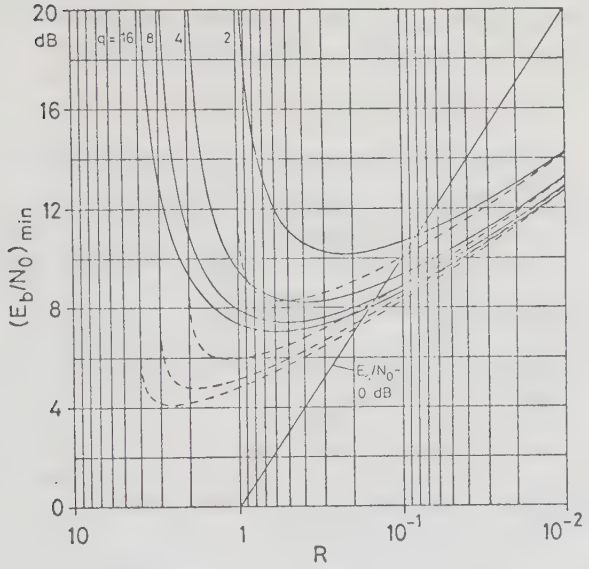

Bild 33 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ für Ink.q-FSK mit YSAN am Rayleighfading-Kanal (—) und am Gaußschen Kanal mit YS (---); q=2,4,8,16

4.6 Binäre DPSK und q-DPSK

Bei diesem inkohärenten Modulationsverfahren ist, anders als bei der beschriebenen kohärenten q-PSK, die zu übertragende Information in der Phasenänderung zwischen dem aktuell gesendeten und dem unmittelbar vorausgegangenen Signal enthalten. Soll z.B. ein Symbol a_k gesendet werden, und sei das unmittelbar zuvor gesendete Signal o.B.d.A.

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos(2\pi f_c t)$$

so wird aktuell das Signal

$$s_2(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos(2\pi f_c t + \frac{2\pi k}{q}) \; ; \; k=1,\ldots,q$$

übertragen. Auf der Empfangsseite basiert in einem DPSK-Empfänger die Symbolentscheidung auf der Projektion ($\underline{r}_1$ und $\underline{r}_2$) der

beiden Empfangssignale $r_1(t)$ und $r_2(t)$ auf die orthonormalen Funktionen $\phi_1(t)$ bzw. $\phi_2(t)$, wie in Bild 34 dargestellt.

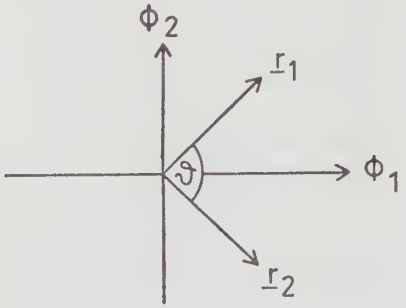

Bild 34 Empfangsvektoren im Signalraum

Ein Symbol wird aufgrund der Phasendifferenz ϑ demoduliert, wobei davon ausgegangen wird, daß die Phasenschwankungen des Kanals langsam genug sind, um während der Dauer der beiden Signale als konstant angesehen werden zu können.
Die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für das gemeinsame Auftreten eines bestimmtes $\underline{r}_1$ und $\underline{r}_2$ ist bei einem Gaußschen Kanal, vorausgesetzt, a_k wird gesendet [15],

$$p(\underline{r}_1,\underline{r}_2|a_k) = \frac{1}{(\pi N_o)^2} \exp\{-\frac{1}{N_o}(r_{11}^2+r_{12}^2+r_{21}^2+r_{22}^2+2E_s)\} \cdot \cdot I_o(\frac{\sqrt{2E_s}}{N_o} \cdot X_k). \tag{4.50}$$

Daher gilt für einen langsamen Rayleighfading-Kanal unter der Bedingung $A=\alpha$

$$p(\underline{r}_1,\underline{r}_2|a_k,A=\alpha) = \frac{1}{(\pi N_o)^2} \exp\{-\frac{1}{N_o}(r_{11}+r_{12}+r_{21}+r_{22}+2\alpha^2 E_s)\} \cdot \cdot I_o(\frac{\sqrt{2E_s}}{N_o} \alpha\sqrt{X_k}) \tag{4.51}$$

$$X_k = r_{11}^2+r_{12}^2+r_{21}^2+r_{22}^2+2(r_{11}r_{21}+r_{12}r_{22})\cos\frac{2\pi k}{q}+2(r_{21}r_{12}-r_{11}r_{22})\cdot \cdot \sin\frac{2\pi k}{q} \quad .$$

Für binäre DPSK ist die Phasendifferenz aufeinanderfolgender Sendesignal Null bzw. π, abhängig vom Erscheinen des Symbols a_1 bzw. a_2 am Eingang des Modulators. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (4.51) geht dann in

$$p(\underline{r}_1,\underline{r}_2|a_k,A=\alpha) = \frac{1}{(\pi N_o)^2}\exp\{-\frac{1}{N_o}(r_{11}^2+r_{12}^2+r_{21}^2+r_{22}^2+2\alpha^2E_s)\}\cdot \cdot I_o(\frac{\sqrt{2E_s}}{N_o}\alpha\sqrt{X_k}) \tag{4.52}$$

$$X_k = r_{11}^2+r_{12}^2+r_{21}^2+r_{22}^2+2\cos(\pi k)(r_{11}r_{21}+r_{12}+_{22}); \; k = 1,2$$

über.
Betrachtet werden zunächst die vier bekannten Fallunterscheidungen für binäre DPSK (2-DPSK).

YHAN und *YHAS*

Bei einer harten, binären Symbolentscheidung erscheint $y=b_1$ am Ausgang des Demodulators, wenn die Phasendifferenz $|\vartheta| \leq \frac{\pi}{2}$ ist und $y=b_2$, wenn $|\vartheta| > \frac{\pi}{2}$ ($b_k \hat{=} a_k$) ist.
Nach Variablentransformation erhält man

$$P(b_1|a_2;A=\alpha) = P(b_2|a_1,A=\alpha) = \int_o^\infty dR_1 \int_{R_2=R_1}^\infty dR_2 \frac{R_1R_2}{(N_o/2)^2}\exp\{-\alpha^2 2\frac{E_s}{N_o}\} \cdot \tag{4.53}$$

$$\cdot \exp\{-\frac{1}{N_o}(R_1^2+R_2^2)\}\cdot I_o(2\alpha\frac{\sqrt{2E_s}}{N_o}R_k) = 1/2\exp\{-\alpha^2\frac{E_s}{N_o}\}.$$

Vergleicht man das Ergebnis (4.53) mit (4.30), so ergibt sich bei harter Symbolentscheidung ohne weitere Berechnung die Beziehung

$$R_o(\text{BDPSK})\,|_{E_s/2N_o} = R_o(\text{iBFSK})\,|_{E_s/N_o} \quad . \tag{4.5}$$

Dies gilt dann unmittelbar auch im Falle YHAS.

YSAN und *YSAS*

Bei einer weichen Symbolentscheidung wird dem Decoder die volle Information in Betrag und Phase von $\underline{r}_1$ und $\underline{r}_2$ zur Verfügung gestellt. Ein Empfangssymbol wird dann durch die beiden zweidimensionalen wertkontinuierlichen Vektoren $\underline{y}_1=\underline{r}_1$ und $\underline{y}_2=\underline{r}_2$ repräsentiert. Für R_o gilt bei weicher Symbolentscheidung, wie man aus dem Vergleich von (4.53) und (4.29) leicht erkennt, die Beziehung (4.54).

Analoges gilt für den Gaußschen Kanal. Die so gefundenen Resultate an diesem Kanal stimmen mit den in [23] angegebenen Ergebnissen überein.

R_o bzw. das mindesterforderliche E_b/N_o kann den Bildern 30 und 31 entnommen werden, wenn die Kurven von R_o um 3 dB nach links und die Kurven von $(E_b/N_o)_{min}$ um 3 dB nach unten verschoben werden. Für binäre DPSK ist $(E_b/N_o)_{min}$ also durchgehend um 3 dB geringer als für inkohärente BFSK.

q-DPSK

Die Klasse der allgemeineren q-DPSK-Modulationsverfahren wird bei Nichtverwendung der Kenntnis von A, aber bei weicher Symbolentscheidung, d.h. bei voller Ausnutzung der in dem Vektorenpaar $(\underline{r}_1,\underline{r}_2)$ enthaltenen Information, betrachtet.
Mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion aus (4.51) erhält man, da $P(a_k)=1/q,\forall k$, die optimale Wahrscheinlichkeitsverteilung der Codesymbole darstellt,

$$R_o = \text{ldq-ld}\left(1+\sum_{i=1}^{q-1} \frac{1+2E_s/N_o}{1+2E_s/N_o+\ 1/2(E_s/N_o)^2\left(1-\cos\left(\frac{2\pi i}{q}\right)\right)}\right) \tag{4.55}$$

mit

$$R_o \approx \frac{1}{2\ln 2}\left(\frac{E_s}{N_o}\right)^2 \quad ; \quad \frac{E_s}{N_o} << 1 \quad . \tag{4.56}$$

Die Ergebnisse sind in den Bildern 3 und 3 dargestellt. Einige bemerkenswerte Feststellungen sind (vgl. Bild 3):

- Für R→O gehen die Kurven (wie bei q-PSK mit kohärenter Demodulation) in eine von q unabhängige Asymptote über (im Gegensatz zu Inkohärenter q-FSK).
- Die optimale Coderate für q=4,8 und 16 ist etwa R=O,4. Bei dieser Coderate bleibt ein Übergang von 4-DPSK auf 8-DPSK oder 16-DPSK ohne Gewinn.
- 2-DPSK und 4-DPSK sind deutlich der inkohärenten BFSK bzw. inkohärenten FSK überlegen (dieser Befund entspricht dem für die entsprechenden Verfahren bei kohärenter Demodulation). Dagegen sind bei q=8 bzw. q=16 und R>1 die inkohärenten FSK-Verfahren den entsprechenden DPSK-Verfahren überlegen, die Differenz beträgt z.B. für R=2 etwa 1 dB bzw. ca. 2 dB.

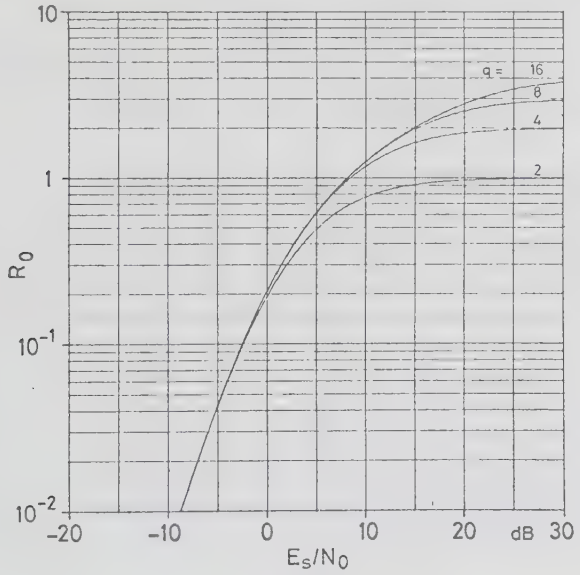

Bild 35 R_O in bit/Symbol als Funktion von E_s/N_O für q-DPSK mit YSAN am Rayleighfading-Kanal; q=2,4,8,16

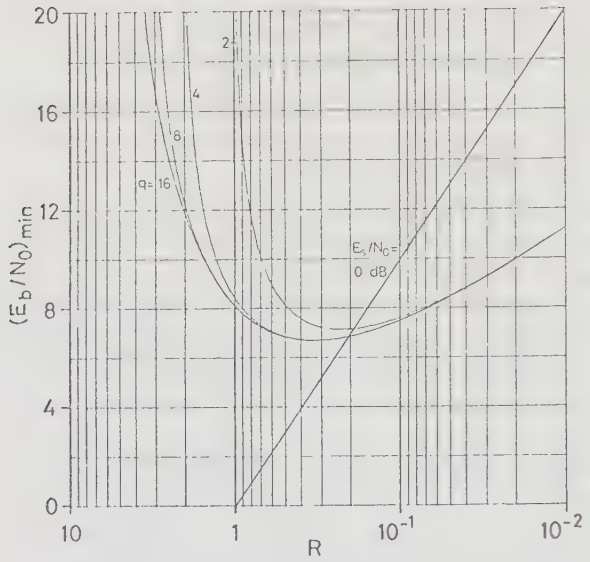

Bild 36 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ für q-DPSK mit YSAN am Rayleighfading-Kanal; q=2,4,8,16

4.7 Simplex, die R_o maximierende Vektorkonfiguration

Abschließend wird das aus theoretischer Sicht interessante sog. "Simplex-Signalling" näher betrachtet. Dieses Verfahren, hier kurz "Simplex" genannt, nutzt ein spezielles Ensemble $\underline{s}_k$ von Signalvektoren, das dadurch charakterisiert wird, daß die Vektoren die beiden Bedingungen

$$|\underline{s}_k - \underline{s}_i| = \text{const, für alle } i,\ i \neq k \tag{4.57}$$

und

$$\underline{c} = \sum_{i=1}^{q} P(a_i)\ \underline{s}_i = \underline{0} \tag{4.58}$$

erfüllen.

Man kann zeigen, daß sich diese spezielle Vektorenkonfiguration aus dem in 4.3 für q-FSK beschriebenen, orthogonalen Vektorensatz, hier mit $\{\tilde{\underline{s}}_k\}$ bezeichnet, in einfacher Weise konstruieren läßt.

Für

$$\underline{\tilde{c}} = \sum_{i=1}^{q} P(a_i)\ \underline{\tilde{s}}_i$$

gilt dann

$$\underline{s}_k = \underline{\tilde{s}}_k - \underline{\tilde{c}}\ ,\quad k = 1,2,\ldots,q.$$

Die q Signalvektoren $\{\underline{s}_k\}$ des Simplex spannen einen (q-1)-dimensionalen Vektorraum auf. Im Falle von q=2 entspricht Simplex antipodischen Signalvektoren, so daß BPSK zu dieser Klasse gezählt werden kann.
Eine ausführliche Erläuterung von Simplex, das eine ganze Klasse von Modulationsverfahren umfaßt, findet man in [4].

Für den Kanal mit AWGN wurde Simplex bereits eingehend diskutiert. Insbesondere wurde in [1] gezeigt, daß bei einem Gaußschen Kanal für ein beliebiges Ensemble von Signalvektoren die Ungleichung

$$R_o \le \mathrm{ld}\,q - \mathrm{ld}\left(1+(q-1)\ e^{-\frac{q}{q-1}\frac{E_s}{2N_o}}\right),$$

gilt, wobei das Gleichheitszeichen nur dann richtig ist, wenn Simplex und ein wertkontinuierliches Signal y, also YS, angenommen wird. Da bei Anwendung von Simplex für ein gegebenes E_s/N_o die Cut-Off-Rate R_o offensichtlich maximiert wird, läßt sich Simplex als das optimale Modulationsverfahren bei Kanalcodierung betrachten.

Aus allgemeinen Überlegungen ist ebenfalls einsichtig, daß Simplex auch für den betrachteten Rayleighfading-Kanal im Sinne einer Maximierung von R_o optimal sein muß, wenn die exakte Kenntnis des momantanen Wertes der Fadingamplitude A vorausgesetzt wird. Für diesen Fall hat R_o gemäß (2.27) die Form

$$R_o = -\,\mathrm{ld}\left\{\int p_A(\alpha)\ \mathrm{Arg}(\alpha)\,d\alpha\right\}.$$

Zur Berechnung muß dann im wesentlichen eine Mittelung über die Funktion Arg(α) ausgeführt werden, eine Funktion, die mit Simplex für jedes A=α selbst Argument der logarithmischen

Funktion des beim Gaußschen Kanal maximierten R_o ist. Die für Simplex resultierende Cut-Off-Rate stellt demnach sowohl beim Gaußschen Kanal als auch beim Rayleighfading-Kanal eine theoretische obere Grenze für R_o dar. In diesem Abschnitt wird - in Erweiterung des Beweises aus [1] - nachgewiesen, daß Simplex beim Rayleighfading-Kanal optimal ist und die obere Grenze der Cut-Off-Rate in einfacher geschlossener Form angegeben.

Ausgehend von der in Abschnitt 2.2 beschriebenen allgemeinen Darstellung der Modulationsverfahren durch q Signalvektoren im M-dimensionalen Signalraum, wird angenommen, daß der Empfangsvektor $\underline{r}$, der der Symbolentscheidung im Demodulator nach jeder Symboldauer zugrunde liegt, gemäß (2.19) durch

$$\underline{r} = A\,\underline{s}_k + \underline{n} \qquad k=1,\ldots,q,$$

gegeben ist. Die rayleighverteilte Fadingamplitude A sei nach (3.2) o.B.d.A. auf den Erwartungswert $E\{A^2\} = 1$ normiert, damit bleibt E_s die mittlere Energie pro übertragenes Symbol. Die Größe n bezeichnet den M-dimensionalen, von $\underline{s}_k$ und A unabhängigen Vektor der Gaußschen Rauschstörung mit der gemeinsamen Verteilungsdichte nach (2.18). Daher gilt für die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von $\underline{r}$

$$p(\underline{r}|\underline{s}_k, A=\alpha) = p_{\underline{n}}(\underline{r}-\alpha\underline{s}_k) = \frac{1}{(\pi N_o)^{M/2}}\, e^{-\frac{1}{N_o}|\underline{r}-\alpha\underline{s}_k|^2}.$$

Bei einer weichen Symbolentscheidung gelangt der wertkontinuierliche Empfangsvektor $\underline{r}$ zum Decoder; ein Empfangssymbol wird demnach durch einen M-dimensionalen, wertkontinuierlichen Vektor $\underline{y}=\underline{r}$ repräsentiert. Neben einer weichen Symbolentscheidung soll angenommen werden, daß dem Decoder mit $\underline{y}$ der genaue, momentane Wert der Fadingamplitude A zur Verfügung steht. Damit wird die Entscheidungsart YSAS vorausgesetzt. Für R_o erhält man dann die bereits in (4.5) angegebene allgemeine Beziehung

$$R_o = \max_{P(x)}\{-\mathrm{ld} \sum_{i=1}^{q}\sum_{k=1}^{q} P(a_k)P(a_i) \int_0^\infty p_A(\alpha)\,d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} d\underline{y} \sqrt{p_{\underline{n}}(\underline{y}-\alpha\underline{s}_k)\,p_{\underline{n}}(\underline{y}-\alpha\underline{s}_i)}\}.$$

Nach Ausführung der M-dimensionalen Integration über $\underline{y}$ folgt

$$R_o = \max_{P(x)} \{-\mathrm{ld}[\int_0^\infty p_A(\alpha)\mathrm{d}\alpha \sum_{i=1}^{q}\sum_{k=1}^{q} P(a_k)P(a_i)\, e^{-\frac{\alpha^2}{4N_o}|\underline{s}_i-\underline{s}_k|^2}]\}. \tag{4.59}$$

Dieser Gleichung kann man unmittelbar entnehmen, daß R_o und damit auch das optimale R_o nur von den Beträgen der Abstände der Vektoren bestimmt wird. Die Doppelsumme in (4.59) läßt sich, wie in [1] bewiesen, durch

$$S_1 = \sum_{i=1}^{q}\sum_{k=1}^{q} P(a_k)P(a_i)\, e^{-\frac{\alpha^2}{2N_o}|\underline{s}_i-\underline{s}_k|^2}$$

$$\geq s+(1-s)\exp\{-\frac{\alpha^2}{4N_o(1-s)} \sum_{i=1}^{q}\sum_{k=1}^{q} P(a_k)P(a_i)\cdot|\underline{s}_k-\underline{s}_i|^2\} = S_2$$

$$s = \sum_{i=1}^{q} P(a_i)^2.$$

abschätzen, mit Gleichheit dann und nur dann, wenn die Beträge $|\underline{s}_k-\underline{s}_i|$ für alle i und k mit $i\neq k$ den gleichen (im nicht trivialen Fall von Null verschiedenen) Wert annehmen.
Da mit der mittleren Energie pro Symbol

$$E_s = \sum_{j=1}^{q} P(a_j)|\underline{s}_j|^2$$

und $\underline{c}$ gemäß (4.58)

$$\sum_{i=1}^{q}\sum_{k=1}^{q} P(a_k)P(a_i)|\underline{s}_k-\underline{s}_i|^2 = 2E_s$$

gilt, erhält man weiter für Simplex

$$S_2 = s+(1-s)\, e^{-\frac{\alpha^2 E_s}{2N_o(1-s)}} = S_1 \quad . \tag{4.60}$$

Aus (4.60) folgt damit

$$\int_0^\infty p_A(\alpha)\, S_1 \mathrm{d}\alpha = s+(1-s)\int_0^\infty p_A(\alpha) e^{-\frac{\alpha^2}{(1-s)}\frac{E_s}{2N_o}}\mathrm{d}\alpha = s+(1-s)\frac{1}{1+\frac{E_s}{N_o}\frac{1}{2(1-s)}}.$$

Mit dieser Lösung gelangt man schließlich - wenn man die strenge Monotonie der Logarithmusfunktion beachtet und die maximierende Verteilung $P(a_i)=1/q$ für alle i einführt - zur Darstellung

$$R_o = ldq - ld\{1+\frac{(q-1)}{1+\frac{E_s}{N_o}\frac{q}{2(q-1)}}\} \qquad (4.61)$$

für die Cut-Off-Rate R_o. In (4.61) ist das Gleichheitszeichen durch das Zeichen < zu ersetzen, wenn für das Ensemble der Signalvektoren $\underline{c}\neq\underline{0}$ und $|s_k-s_i|\neq$const für alle i,k,i=k, gilt. Die für Simplex berechnete Funktion R_o bildet sowohl im Falle des Gaußschen Kanals als auch des betrachteten Rayleighfading-Kanals eine obere Grenze für R_o aller Modulationsverfahren und Entscheidungsarten.
In Bild 37 ist R_o nach (4.61), d.h. für Simplex mit YSAS und q=2,4,8,16,dargestellt. Zum Vergleich ist in Bild 37 das Ergebnis für den Gaußschen Kanal eingetragen. Bild 38 zeigt die Funktion $(E_b/N_o)_{min}$ in Abhängigkeit von der Coderate R sowohl für den Rayleighfading-Kanal als auch für den Gaußschen Kanal. Wesentliche Ergebnisse sind

- Während sowohl bei Übertragung im Fading-Kanal als auch bei Übertragung im Gaußschen Kanal R_o in Abhängigkeit von E_s/N_o für alle Modulationsverfahren eine obere Grenze bildet, gibt $(E_b/N_o)_{min}$ als Funktion von R, wie in Bild 38 dargestellt, die unteren "Leistungsgrenzen" einer beliebig zuverlässigen Übertragung an.

- Für hinreichend kleine Werte E_s/N_o gilt für beide Kanäle

$$R_o = \frac{1}{2\ln 2}\frac{E_s}{N_o} \; ; \quad \frac{E_s}{N_o} << 1 \quad .$$

  Dementsprechend nähern sich in Bild 38 die Kurven für $(E_b/N_o)_{min}$ unabhängig von q für R→O der Konstanten 2ln2. Wie man Bild 22 entnehmen kann, stimmt dieser Wert mit der Asymptote von q-PSK für kleiner werdende R überein. In diesem Grenzfall führen also q-PSK und Simplex zu den gleichen Resultaten. Für den speziellen Fall q=2 stimmt das Ergebnis

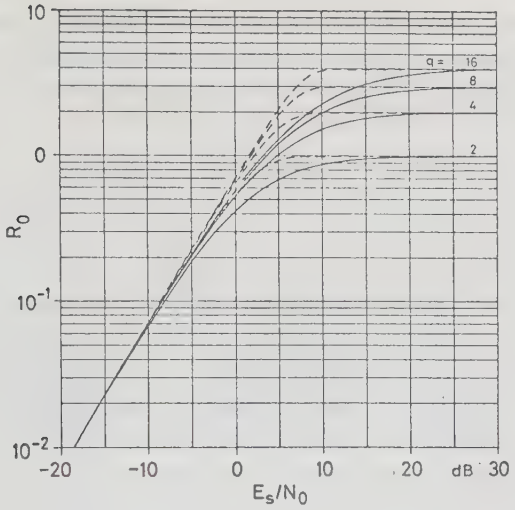

Bild 37 R_o in bit/Symbol als Funktion von E_s/N_o für Simplex mit YSAS am Rayleighfading-Kanal (——) und am Gaußschen Kanal mit YS (---); q=2,4,8,16

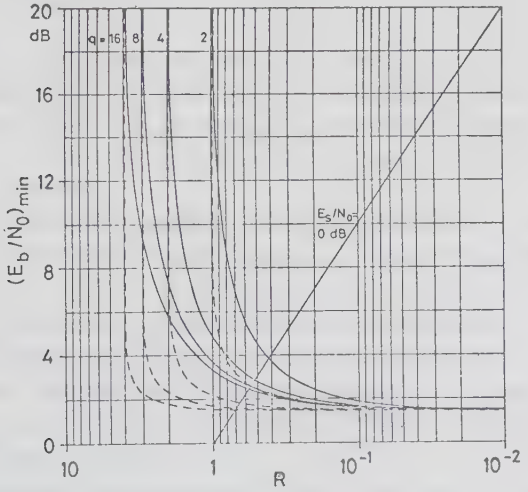

Bild 38 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ für Simplex mit YSAS am Rayleighfading-Kanal (——) und am Gaußschen Kanal mit YS (---); q=2,4,8,16

von 2-Simplex und 2-PSK für alle Coderaten überein, da 2-PSK, wie bereits eingangs erwähnt, zur Simplex-Klasse zählt. Auf den Vergleich mit anderen Modulationsverfahren wird im folgenden Abschnitt zusammenfassend eingegangen.

- Vergleicht man die Resultate am Gaußschen Kanal mit denen am Rayleighfading-Kanal, so stellt man auch bei Simplex fest, daß bei gleicher Coderate R am Fading-Kanal $(E_b/N_o)_{min}$ zum Teil erheblich größer ist oder umgekehrt, für ein gewisses $(E_b/N_o)_{min}$ die Coderate R erheblich kleiner gewählt werden muß. Um ein Beispiel zu nennen: für q=2 und $(E_b/N_o)_{min}$=4 dB kann am Gaußschen Kanal mit einer maximalen Coderate von R=.83 (bit/Symbol) beliebig zuverlässig übertragen werden, während am Rayleighfading-Kanal die Coderate maximal R=.45 betragen darf.

4.8 Zusammenfassende Diskussion

In den vorausgegangenen Abschnitten 4.1 bis 4.7 wurden die für die verschiedenen speziellen Modulationsverfahren mit Hilfe der Cut-Off-Rate R_o gewonnenen Resultate im einzelnen bereits eingehend diskutiert. In diesem Abschnitt werden zum leichteren Vergleich der unterschiedlichen Modulationsverfahren nochmals zwei Aspekte gesondert betrachtet, anhand deren eine qualitative und quantitative Bewertung der Modulationsverfahren erfolgen kann.

Zunächst soll näher darauf eingegangen werden, welche maximale Coderate R realistischerweise mit einem Kanalcodiersystem bei speziellgewähltem Modulationsverfahren für ein gegebenes Verhältnis E_b/N_o aus mittlerer Energie pro übertragenem Informationsbit E_b und Rauschleistungsdichte N_o erreicht werden kann, wenn eine zumindest prinzipiell beliebig zuverlässige Übertragung gewährleistet sein soll. Die Werte dieser maximalen Coderate können den Kurven $(E_b/N_o)_{min} = f(R)$ (vgl. Bild 22 usw.) direkt entnommen werden. In Tabelle 6 sind die Resultate für einige exemplarisch angenommene Werte E_b/N_o zusammengefaßt. Es sei hier angemerkt, daß sich die Werte der theoretisch maximalen Coderate für gegebenes E_s/N_o - Verhältnis aus mittlerer Energie pro übertragenes Symbol und Rauschleistungsdichte -

Tabelle 6 Maximale Coderate R in bit/Symbol im Rayleigh-fading-Kanal für verschiedene Modulationsverfahren

	Modulation	$R = R_o$		
		E_b/N_o		
		6 dB	10 dB	12 dB
YSAS	2-Simplex	0.64	0.86	0.91
	4-Simplex	1.23	1.68	1.80
	8-Simplex	1.72	2.45	2.64
	16-Simplex	2.10	3.10	3.41
	2-PSK	0.64	0.86	0.91
	4-PSK	1.16	1.65	1.77
	8-PSK	1.32	2.16	2.42
	16-PSK	1.32	2.28	2.68
	2-FSK	0.31	0.72	0.83
	4-FSK	0.99	1.57	1.72
	8-FSK	1.57	2.36	2.59
	16-FSK	2.00	3.06	3.38
YSAN	2-DPSK	-	0.70	0.81
	4-DPSK	-	1.32	1.55
	8-DPSK	-	1.53	1.97
	16-DPSK	-	1.54	2.04
	Ink. 2-FSK	-	(0.23)	0.60
	Ink. 4-FSK	-	1.13	1.45
	Ink. 8-FSK	-	1.77	2.20
	Ink. 16-FSK	-	2.27	2.84

ebenso einfach aus den Kurven $R_o=f(E_s/N_o)$ (vgl. Bild 21 usw.) bestimmen lassen.

Man entnimmt Tabelle 6, daß z.B. für einen Wert von $E_b/N_o=6$ dB mit 2-PSK die Coderate R nicht größer als R = .64 (bit/Symbol) gewählt werden darf, während mit 4-PSK die maximale Coderate

R = 1.16 beträgt usw. Sind keine Werte in der Tabelle angegeben, so bedeutet dies, daß mit dem jeweiligen Verfahren das angegebene E_b/N_o nicht erreichbar ist. Der bei inkohärenter 2-FSK eingeklammerte Wert gilt für E_b/N_o = 10.1 dB.

Betrachtet man die Ergebnisse aus Tabelle 6 für die binären Modulationsverfahren, so findet man die maximalen Werte bei kohärenter 2-PSK. Die Übereinstimmung der Resultate mit 2-Simplex ist auf die Zugehörigkeit von 2-PSK zur Simplex-Klasse zurückzuführen. Für ein gegebenes E_b/N_o = 6 dB ist die maximal mögliche Coderate bei Anwendung von 2-PSK doppelt so groß wie bei 2-FSK. Für ein größeres E_b/N_o wird dieser Unterschied geringer; speziell für E_b/N_o = 12 dB ist nur noch eine um 14% größere Coderate mit 2-PSK erzielbar. Bemerkenswert erscheint, daß die Coderate von 2-DPSK mit dem Wert von 2-FSK für E_b/N_o = 12 dB praktisch übereinstimmt, obgleich es sich im einen Fall um ein kohärentes Verfahren, im andern Fall dagegen um ein Verfahren handelt, das bei der Demodulation keine Phasensynchronisation benötigt. Die maximale Coderate liegt bei Ink. 2-FSK deutlich unter den bei 2-DSPK erreichbaren Werten.

Vergleicht man die maximalen Coderaten für gegebene Werte E_b/N_o bei Modulationsverfahren mit q=4, so stellt sich - mit Ausnahme des "optimalen" 4-Simplex - das 4-PSK als das günstigste Übertragungsverfahren heraus. Allerdings ist für E_b/N_o = 12 dB der Unterschied der Ergebnisse zwischen 4-PSK und 4-FSK nicht mehr signifikant. Bei den inkohärenten Verfahren ist 4-DPSK noch deutlich günstiger als Ink. 4-FSK; für E_b/N_o = 12 dB ist die maximale Coderate bei 4-DPSK nur noch um etwa 16% geringer als die maximale Coderate bei (kohärenter) 4-PSK.

Die günstigere Bewertung der PSK-Verfahren gegenüber den FSK-Verfahren gilt nicht mehr für die Modulationsverfahren mit q=8 bzw. q=16. Besonders deutlich wird dies beim Vergleich der Modulationsverfahren mit q=16. So kann für festes E_b/N_o bei 16-FSK mit deutlich größeren Coderaten übertragen werden als bei 16-PSK. Dagegen entsprechen die Werte von 16-FSK praktisch den Werten von 16-Simplex. Auf diesen Befund wird im weiteren

nochmals eingegangen. Auch Ink. 16-FSK erlaubt sowohl für E_b/N_o=10 dB als auch für E_b/N_o=12 dB deutlich größere maximale Coderaten als 16-DPSK. Besonders interessant ist, daß für E_b/N_o=12 dB mit Ink. 16-FSK eine größere Coderate zulässig ist als bei (kohärenter) 16-PSK.

Während bislang nach der maximalen Coderate für gegebenes E_b/N_o gefragt wurde, soll nun auf die Frage nach dem mindesterforderlichen Verhältnis E_b/N_o eingegangen werden, das realistischerweise bei dem jeweiligen Modulationsverfahren und entsprechender Kanalcodierung für eine fest vorgegebene Coderate R benötigt wird, um eine im Prinzip beliebig zuverlässige Übertragung zu gewährleisten. Tabelle 7 gibt einen Überblick; die Werte sind wiederum den Kurven $(E_b/N_o)_{min}=f(R)$ entnommen.

Unter den binären Modulationsverfahren erweist sich 2-PSK als optimal, das für gegebene Coderate R den geringsten Leistungsaufwand verlangt, während 2-FSK ein um 3 dB größeres $(E_b/N_o)_{min}$ erfordert. Dagegen unterscheiden sich die Ergebnisse bei Verwendung von 2-FSK und von 2-DPSK um nicht mehr als 0.7 dB. Die Differenz der Anforderungen an $(E_b/N_o)_{min}$ für R=0.7 beträgt zwischen den beiden Extremfällen 2-PSK einerseits und Ink. 2-FSK andererseits immerhin mehr als 6 dB.

Vergleicht man die Modulationsverfahren mit q=4, so kann man der Tabelle 7 entnehmen, daß 4-PSK nur geringfügig größere Werte $(E_b/N_o)_{min}$ benötigt als die untere Grenze, die mit 4-Simplex erreicht wird. Verglichen mit 4-PSK erfordert 4-FSK ein um ca. 1 dB größeres $(E_b/N_o)_{min}$. Bei Verwendung von 4-DPSK ist $(E_b/N_o)_{min}$ je nach Coderate zwischen 3 dB und 4 dB größer zu wählen. Ink. 4-FSK benötigt darüberhinaus 1 dB zusätzlich. Es sei jedoch nochmals betont, daß dieser Vorzug der kohärenten Verfahren in der Praxis nicht gegeben ist, wenn die Phasensynchronisation nicht zufriedenstellend gelöst werden kann. Bei Modulationsverfahren mit q=8 treten bemerkenswerte Verschiebungen in der Rangfolge der Bewertung auf. Zum einen wird nun 8-FSK günstiger als 8-PSK und zum anderen Ink. 8-FSK günstiger als 8-DPSK. Dieser Trend wird bei den Modulationsverfahren mit q=16 besonders deutlich. Tabelle 7 läßt erkennen, daß 16-FSK

Tabelle 7 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB im Rayleighfading-Kanal

	Modulation	$(E_b/N_o)_{min}$ in dB				
		R=1/2	R=0.7	R=1.0	R=2.0	R=3.0
YSAS	2-Simplex	4.5	6.8	-	-	-
	4-Simplex	2.8	3.5	4.8	-	-
	8-Simplex	2.4	2.9	3.7	7.2	-
	16-Simplex	2.3	2.7	3.3	5.8	9.5
	2-PSK	4.5	6.8	-	-	-
	4-PSK	3.1	3.8	5.1	-	-
	8-PSK	3.0	3.7	4.8	9.2	-
	16-PSK	3.0	3.7	4.8	8.8	13.7
	2-FSK	7.5	9.8	-	-	-
	4-FSK	4.1	4.8	6.1	-	-
	8-FSK	3.0	3.5	4.3	7.8	-
	16-FSK	2.7	3.0	3.6	6.0	9.7
YSAN	2-DPSK	8.2	10.0	-	-	-
	4-DPSK	6.9	7.3	8.4	-	-
	8-DPSK	6.8	7.3	8.1	12.2	-
	16-DPSK	6.8	7.3	8.1	11.9	16.5
	Ink. 2-FSK	11.2	13.0	-	-	-
	Ink. 4-FSK	8.2	8.6	9.5	-	-
	Ink. 8-FSK	7.4	7.5	7.9	11.0	-
	Ink. 16-FSK	7.1	7.1	7.4	9.3	12.8
	Werte für die $E_s/N_o < 0$ dB					

ein deutlich geringeres $(E_b/N_o)_{min}$ erfordert als 16-PSK und ein nur noch unwesentlich größeres $(E_b/N_o)_{min}$ als das optimale 16-Simplex. Mit wachsendem q gehen die Ergebnisse von q-FSK sogar in die von q-Simplex über, da, wie man sich leicht überzeugen kann, $R_{o|q\text{-FSK}}=f(\tilde{E}_s/N_o)$ mit der Cut-Off-Rate von Simplex für

$$\frac{E_s}{N_o} = (1 - \frac{1}{q}) \frac{\tilde{E}_s}{N_o}$$

übereinstimmt. Demnach ist q-FSK für größeres q nahezu optimal. Nicht unerwähnt soll auch bleiben, daß bei Ink. 16-FSK für R=3 ein um nahezu 1 dB geringeres $(E_b/N_o)_{min}$ erforderlich ist als bei 16-PSK.

Abschließend seien einige weitere Details zum Vergleich von Modulationsverfahren mit unterschiedlichen q kurz erläutert. Vergleicht man etwa 2-PSK mit 4-PSK, dann läßt sich aus Tabelle 7 für 2-PSK ein $(E_b/N_o)_{min}$ von 4.5 dB und für 4-PSK ein um 1.4 dB kleinerer Wert ablesen. Dieser Gewinn von 1.4 dB ist offensichtlich darauf zurückzuführen, daß unter Beibehaltung des mittleren Informationsbelags pro Symbol, d.h. bei gleicher mittlerer Anzahl von Informationsbits pro Symbol, also bei gleicher Coderate, von einem binären Symbolvorrat auf einen Symbolvorrat mit vier Elementen übergegangen wird. Anders ausgedrückt, der Übergang von einem binären Kanaleingang des diskreten Kanals und 2-PSK zu einem quaternären Kanaleingang führt, entsprechend der weichen Entscheidung am Kanalausgang, bei Verwendung von 4-PSK zu einer Reduktion des mindesterforderlichen E_b/N_o um 1.4 dB. Hiermit ist die Frage beantwortet, inwieweit beim Übergang von binären Symbolen auf feiner quantisierte Symbole - bei gleichbleibender Anzahl von Informationsbits pro Symbol - Leistung gewonnen werden kann. Man kann aus Tabelle 7 ersehen, daß für R=1/2 der zusätzliche Gewinn zu vernachlässigen ist, wenn man anstelle einer Quantisierung der Codesymbole mit 2 bit und einer 4-PSK-Modulation auf eine 3-bit-Quantisierung mit entsprechender 8-PSK-Modulation übergeht. Der Tatsache, daß bei Anwendung von 4-PSK mit entsprechender Kanalcodierung anstelle von 2-PSK mit Kanalcodierung bei gleicher Coderate - also auch bei gleicher Symboldauer T_s wenn die Bitdauer der Quelle T_b fest vorgegeben ist - $(E_b/N_o)_{min}$ zum Teil erheblich reduziert werden kann, kommt im folgenden Kapitel 5 eine wichtige Bedeutung zu.

5. Bewertung von Modulationsverfahren bei gleicher Bandbreite

In den vorangegangenen Abschnitten wurden Modulationsverfahren und Kanalcodierung bei beschränkter Leistung betrachtet. Dies ist vor allem für Übertragungen gerechtfertigt, die im wesentlichen nur durch Leistungsbeschränkungen, nicht aber durch Bandbreitenbeschränkungen gekennzeichnet sind, wie dies häufig in der Raumfahrt der Fall ist. Demgegenüber bildet die verfügbare Bandbreite bei der Kommunikation über rein terrestrische Nachrichtenkanäle und auch über Satellitenkanäle im erdnahen Bereich eine zusätzliche Beschränkung. Daher sind in diesen Fällen die unterschiedlichen Modulationsverfahren gemeinsam mit einer Kanalcodierung sowohl unter Berücksichtigung der beschränkten Leistung als auch unter Berücksichtigung einer beschränkten Bandbreite zu bewerten. Die Bewertung erfolgt wiederum anhand des mindesterforderlichen Signal-Geräuschabstandes $(E_b/N_o)_{min}$, nun allerdings als Funktion der Frequenzbandbreite. Die Übertragungsbandbreite W ist proportional der Symbolrate $1/T_s$, daher ist W bei gegebener Datenrate $R_b=1/T_b$ der binären Quelle umgekehrt proportional zur Coderate R. Die Bandbreite ist also, wenn Kanalcodierung angewandt wird, nicht nur von dem verwendeten Modulationsverfahren sondern auch von R abhängig. Es lassen sich somit Gesamtsysteme mit unterschiedlichen Modulationsverfahren bei gleicher Übertragungsbandbreite vergleichen. Hierbei können dann Übertragungssysteme, die Kanalcodierung und ein bandbreiteneffizientes Modulationsverfahren verwenden, bei gegebener Bandbreite Codes mit geringerer Coderate R, d.h. aber mit mehr Redundanz zur Fehlerkorrektur benutzen, als Systeme mit Modulationsverfahren, deren Bandbreitenbedarf größer ist. So wird ein wichtiges Ergebnis dieses Abschnittes sein, daß an die Stelle einer uncodierten BPSK-Übertragung bei gleicher Zuverlässigkeit eine Übertragung mit Kanalcodierung und QPSK mit erheblicher Reduktion des erforderlichen E_b/N_o treten kann, ohne daß eine Erweiterung der Bandbreite notwendig wäre.

In die Bewertung eines Übertragungssystems in Abhängigkeit von der Bandbreite geht ganz wesentlich die genaue Festlegung der Frequenzbandbreite ein. Eine solche Definition wird von der

jeweiligen Fragestellung bzw. von den angenommenen Randbedingungen, unter denen das Übertragungssystem betrachtet wird, mitbestimmt. Hier werden zwei spezielle, für die weiteren Betrachtungen geeignete Definitionen der Übertragungsbandbreite gewählt. Hierbei handelt es sich zum einen um eine mit W_{99} bezeichnete Bandbreite, die von FCC (Federal Communications Commission) als Bandbreitenbedarf der Übertragungssignale definiert wurde (FCC Rules and Regulations Section 2.202)[16]. W_{99} entspricht dem Frequenzbereich, der 99% der Gesamtleistung der Übertragungssignale enthält. Zum anderen handelt es sich um die Bandbreite W_N, die Bandbreite sogenannter "Nyquist-Filter", die dadurch charakterisiert sind, daß der Frequenzgang außerhalb W_N exakt Null ist [18].
Die Bandbreite W_{99} führt bei einigen Modulationsverfahren, z.B. bei q-PSK, zu einer unnötig großen Bandbreite und damit zu unrealistischen Abschätzungen, da es möglich ist, durch Einführung einer Nyquist-Filterung die Bandbreite wesentlich zu reduzieren, ohne daß am Demodulator Symbol-Interferenzen, die die Symbolentscheidung beeinträchtigen würden, auftreten. In diesen Fällen wird mit der Filterbandbreite W_N gerechnet.

5.1 q-PSK und q-DPSK

Zunächst soll die Leistungsfähigkeit der PSK-Verfahren in Abhängigkeit von der durch

$$\frac{\int_0^{\frac{W_{99}}{2}} S(\tilde{f})\, d\tilde{f}}{\int_0^{\infty} S(\tilde{f})\, d\tilde{f}} = 0.99 \qquad (5.1)$$

definierten Bandbreite W_{99} betrachtet werden. $S(\tilde{f})$ ist die zur Trägerfrequenz f_c symmetrisch spektrale Leistungsdichte mit $\tilde{f}=f-f_c$. In Falle von q-PSK erhält man, falls $f_c>>1/T_s$, als spektrale Leistungsdichte

$$S_{q\text{-PSK}}(f) = K\left(\frac{\sin\pi(f-f_c)T_s}{\pi(f-f_c)T_s}\right)^2 \qquad (5.2)$$

[17]. Der Faktor K bedarf keiner näheren Bestimmung, da er bei der Berechnung von W_{99} herausfällt. Zur Ableitung der spektralen Leistungsdichte wurde angenommen, daß die Symbole am Modulatoreingang voneinander statistisch unabhängig und gleichwahrscheinlich auftreten. Diese Annahme stimmt vollständig mit den Voraussetzungen für die Cut-Off-Rate R_o überein.

Für q-PSK erhält man

$$W_{99}T_s = 20.6 \quad (\text{Hz/symbol/s}). \qquad (5.3)$$

Da die Symboldauer T_s mit der Bitdauer T_b der Datenquelle gemäß (1.1) durch $T_s=RT_b$ verknüpft ist, gilt für die auf die Datenrate R_b bezogene Bandbreite bei codierter Übertragung

$$W_{99}T_b = 20.6/R \quad (\text{Hz/bit/s}) \qquad (5.4)$$

mit $0<R\leq 1$dq. Im uncodierten Fall erhält man z.B. entsprechend

für $W_{99}T_b$

$$\text{und} \qquad \begin{matrix} 20.6 \text{ (Hz/bit/s) bei BPSK} \\ 10.3 \text{ (Hz/bit/s) bei QPSK.} \end{matrix} \qquad (5.5)$$

Aus (5.4) folgt weiter, daß bei gegebener Datenrate und fester Coderate R die Bandbreite W_{99} nicht von q abhängt.

In Bild 39 sind die aus R_o ermittelten $(E_b/N_o)_{min}$ für q-PSK als Funktion von $W_{99}T_b$ dargestellt. Es wurde wiederum die Entscheidungsart YSAS und der Rayleighfading-Kanal angenommen. Bild 39 stimmt, sieht man von der Abzissenskala ab, völlig mit Bild 22 überein, da die Bewertung der q-PSK Verfahren bei fester Coderate der Bewertung bei fester Bandbreite W_{99} äquivalent ist. Es wird auch unmittelbar deutlich, daß sich aufgrund der gleichen von q unabhängigen Form der spektralen Leistungsdichte (5.2) die Relationen zwischen den Kurven $(E_b/N_o)_{min}$ auch dann nicht ändern, wenn der Bewertung eine beliebige andere Bandbreitendefinition zugrunde gelegt wird. Eine veränderte Definition führt lediglich zu einer anderen Skalierung der Abzissenwerte in Bild 39.
In Bild 40 ist $(E_b/N_o)_{min}$ für q-DPSK bei der Entscheidungsart YSAN am Rayleighfading-Kanal dargestellt. Ebenso wie bei (kohärenter) q-PSK ist die spektrale Leistungsdichte bei q-DPSK durch (5.2) gegeben. Daher können sowohl die kohärenten als auch die inkohärenten PSK-Verfahren in Bezug auf die Bandbreite W_{99} miteinander verglichen werden, wobei dieser Vergleich sogar von der Bandbreitendefinition kaum abhängt. Zur weiteren Diskussion wird daher nicht die Bandbreite W_{99} aus (5.4) herangezogen, die sich als unrealistisch groß erweist. Dies erkennt man bereits in Bild 39, wo zum Vergleich das Ergebnis für MSK mit YSAS am Rayleighfading-Kanal eingetragen wurde. Die spektrale Leistungsdichte bei MSK hat für $f_c >> 1/T_s$ die Form [13,14]

$$S_{MSK}(f) = K \frac{\cos^2 \pi (f-f_c) T_s}{(1-4(f-f_c)^2 T_s^2)^2}$$

mit $T_s = 2 \cdot T_b$ im uncodierten Fall, so daß

$$W_{99}T_b = 1.18 \quad \text{(Hz/bit/s)}. \qquad (5.6)$$

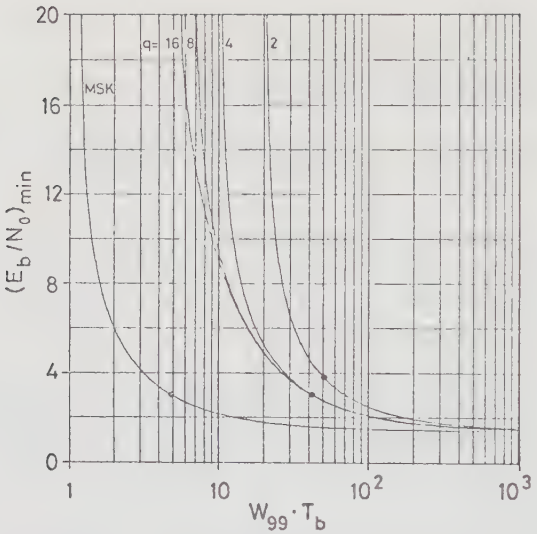

Bild 39 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ als Funktion von $W_{99}T_b$ für q-PSK und MSK mit YSAS am Rayleighfading-Kanal. ·: Schnittpunkt mit E_s/N_o=O dB

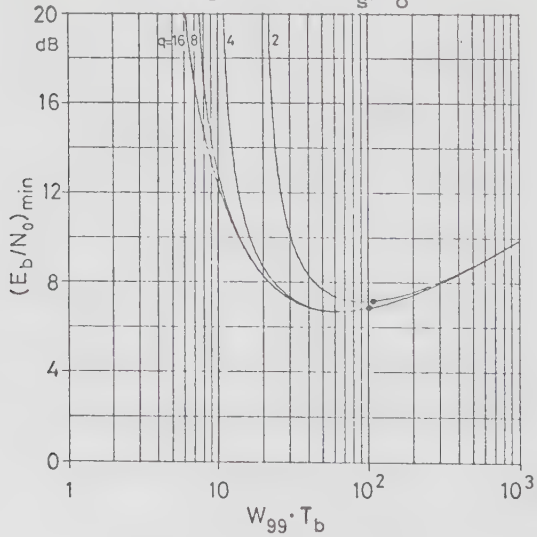

Bild 40 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ als Funktion von $W_{99}T_b$ für q-DPSK mit YSAN am Rayleighfading-Kanal. ·: Schnittpunkt mit E_s/N_o=O dB

Nun ist aber bekannt, daß in einem Kanal mit AWGN die Bandbreite der PSK-Übertragungssignale durch Filterung auf erheblich kleinere Werte beschränkt werden kann, ohne daß Symbol-Interferenz auftritt. Dies kann zumindest prinzipiell durch Sende- und Empfangsfilter geschehen, die das Spektrum der Eingangssignale außerhalb der Bandbreite W_N begrenzen und damit die Nyquistbedingung erfüllen. Die minimale Bandbreite ist im Falle von q-PSK und q-DPSK, aber auch z.B. von 16-QASK für eine von Symbolinterferenzen freie Übertragung [18]

$$W_N = \frac{1}{T_s} . \tag{5.7}$$

Hieraus erhält man bei codierter Übertragung

$$W_N T_b = \frac{1}{R} . \tag{5.8}$$

Da beim Rayleighfading-Kanal hinreichend langsames Fadingverhalten vorausgesetzt ist, lassen sich die Überlegungen bzgl. der Nyquist-Filterung ohne weiteres auch auf diesen Kanal erweitern.

Mit der Bandbreite $W_N \cdot T_b$ erhält man die in Bild 41 und 42 für q-PSK (YSAS) bzw. q-DPSK (YSAN) am Rayleighfading-Kanal und in Bild 43 für q-PSK (YS) am Gaußschen Kanal dargestellten Verläufe von $(E_b/N_o)_{min}$. Ein Vergleich mit Bild 39 bzw. Bild 40 zeigt wieder, daß nur die Skalierungen der Abzissen unterschiedlich sind. Eine Diskussion anhand der in (5.8) eingeführten Bandbreite ist insoweit realistischer, als W_N in etwa den Bandbreiten realisierbarer bzw. realisierter Übertragungssysteme entspricht.
In Bild 41 und Bild 42 wurden die Bandbreiten von uncodierter BPSK B_2 und uncodierter QPSK B_4 zusätzlich eingezeichnet. Tabelle 8 enthält den Kurven entnommene Werte von $(E_b/N_o)_{min}$ an der Stelle dieser beiden Bandbreiten. Außerdem wurden in die Kurven die Schnittpunkte mit E_s/N_o=O dB eingetragen. Die Kurvenabschnitte rechts von diesen Punkten sind nur von geringerer praktischer Bedeutung.
Bild 41 läßt erkennen, daß für q-PSK mit q>2 eine Vergrößerung der Bandbreite oberhalb $W_N T_b$=2 (Hz/bit/s) nahezu keinen Gewinn

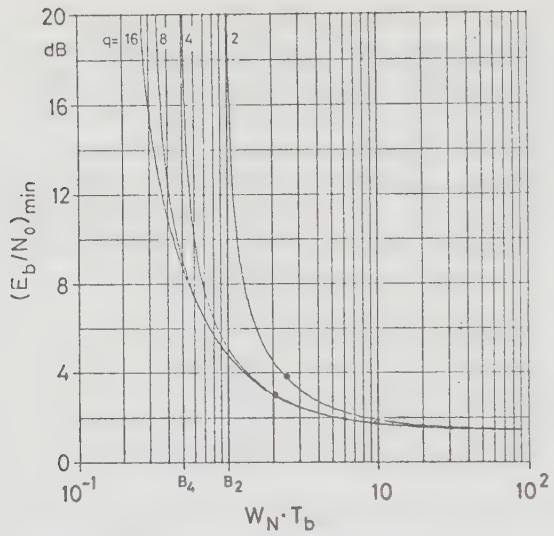

Bild 41 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ als Funktion von $W_N T_b$ für q-PSK mit YSAS am Rayleighfading-Kanal. ·: Schnittpunkt mit E_s/N_o=0 dB; B_2= normierte Bandbreite von unc. 2-PSK; B_4=normierte Bandbreite von unc. 4-PSK

Tabelle 8 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit Kanalcodierung, mit q-PSK und q-DPSK und mit einer Bandbreite von uncodierter 2-PSK und 4-PSK Übertragung

Modulation		$(E_b/N_o)_{min}$ am Rayleighfading-Kanal		$(E_b/N_o)_{min}$ am Gaußschen Kanal	
		$W_N \cdot T_b = B_2$	$W_N \cdot T_b = B_4$	$W_N \cdot T_b = B_2$	$W_N \cdot T_b = B_4$
YSAS	QPSK	5.1 dB	-	2.5 dB	-
	8-PSK	4.8 dB	9.2 dB	2.4 dB	4.6 dB
	16-PSK	4.8 dB	8.8 dB	2.4 dB	4.5 dB
YSAN	4-DPSK	8.4 dB	-		
	8-DPSK	8.1 dB	12.2 dB		
	16-DPSK	8.1 dB	11.9 dB		

mehr bringt, zumal auch für $E_s/N_o<0$ dB die Synchronisation weiter gewährleistet bleiben müßte. Weiter entnimmt man Bild 41 und Bild 42 bzw. Tabelle 8 für den praktisch interessanten Fall $W_N T_b = B_2$:

- Bei Verwendung von QPSK zusammen mit Kanalcodierung ist im Rayleighfading-Kanal $(E_b/N_o)_{min}=5.1$ dB. An die Stelle einer uncodierten BPSK-Übertragung kann also ohne bei gleichbleibender Bandbreite eine codierte QPSK-Übertragung treten, wobei für eine beliebig zuverlässige Übertragung mindestens $E_b/N_o=5.1$ dB erforderlich ist. Legt man für einen realistischen Vergleich auch bei der uncodierten BPSK-Übertragung eine Fehlerwahrscheinlichkeit von $P_e \leq 10^{-5}$ zugrunde, so ist bei gleicher Bandbreite ein Codiergewinn von ca. 38 dB zu erwarten.

- Die Verwendung von 8-PSK oder 16-PSK mit Kanalcodierung führt im Vergleich zu QPSK und Kanalcodierung für $W_N T_b = B_2$ zu keiner signifikanten Verbesserung (0.3 dB), aber zu erheblich größerem Aufwand.

- Bei Anwendung von 4-DPSK und Kanalcodierung beträgt $(E_b/N_o)_{min}$ am Rayleighfading-Kanal nur 8.4 dB. Dies ist zwar ein um 3 dB größerer Wert als bei QPSK, allerdings erfordert DPSK keine Phasensynchronisation, was sich bei praktischen Anwendungen durchaus als Vorteil erweisen kann. Insbesondere sind auch hier die Gewinne - verglichen mit uncodiertem BPSK bei gleicher Bandbreite - nahezu ebenso groß wie bei dem entsprechenden kohärenten QPSK mit Kanalcodierung.

Für $W_N T_b = B_4$ findet man:

- mit einer 8-PSK-Übertragung und Kanalcodierung am Rayleighfading-Kanal wird $(E_b/N_o)_{min}=9.1$ dB. Die Verringerung dieses Wertes durch 16-PSK und Codierung ist nur geringfügig, eine Verwendung von 16-PSK anstelle von 8-PSK ist bezüglich des Leistungsbedarfes bei dieser Bandbreite nicht sinnvoll.

- für codierte Übertragung mit 8-DPSK ist $(E_b/N_o)_{min}$ wiederum um etwa 3 dB größer als im entsprechenden kohärenten Fall. Auch hier kann bei praktischen Anwendungen 8-DPSK von Vorteil sein, da eine Phasensynchronisation nicht erforderlich ist.

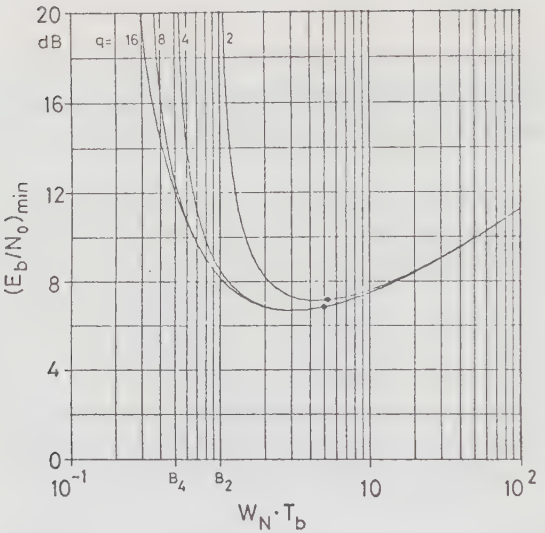

Bild 42 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ als Funktion von $W_N T_b$ für q-DPSK mit YSAN am Rayleighfading-Kanal ·: Schnittpunkt mit E_s/N_o=0 dB; B_2=normierte Bandbreite von unc. 2-DPSK, B_4=normierte Bandbreite von 4-DPSK

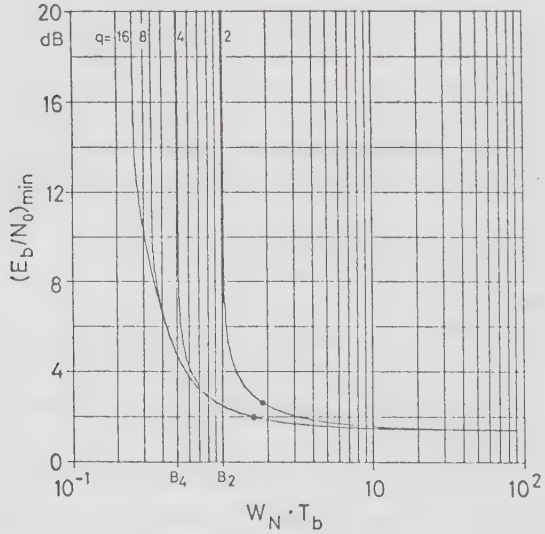

Bild 43 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ als Funktion von $W_N T_b$ für q-PSK mit YS am Gaußschen Kanal. ·: Schnittpunkt mit E_s/N_o=0 dB; B_2=normierte Bandbreite von unc. 2-PSK; B_4= normierte Bandbreite von unc. 4-PSK

Abschließend sollen zum Vergleich die Ergebnisse für q-PSK mit (YS) am Gaußschen Kanal betrachtet werden. In Bild 43 sind die Kurven $(E_b/N_o)_{min}$ als Funktion von $W_N T_b$ dargestellt. Auch im Gaußschen Kanal erhält man qualitativ die gleiche Bewertung der Modulationsverfahren wie im Rayleighfading-Kanal. An der Stelle $W_N T_b = B_2$ sollte 4-PSK und an der Stelle $W_N T_b = B_4$ 8-PSK mit Kanalcodierung eingesetzt werden. Mit 8-PSK und Kanalcodierung bei $W_N T_b = B_4$ wird $(E_b/N_o)_{min} = 4.6$ dB. Berücksichtigt man, daß bei uncodierter QPSK-Übertragung für eine Bitfehlerwahrscheinlichkeit von $P_e = 10^{-5}$ ein $E_b/N_o = 10$ dB erforderlich ist, beträgt der Codiergewinn ohne Erweiterung der Bandbreite ca. 5 dB. Vergleicht man des Rayleighfading-Kanal mit dem Gaußschen Kanal, erhält man, wenn das Modulationsverfahren in beiden Fällen gleich ist, die bereits in Kapitel 4 diskutierten Resultate. Qualitativ läßt sich dann feststellen, daß die Übertragungsbandbreite in Rayleighfading-Kanal zu Teil erheblich größer als im Gaußschen Kanal gewählt werden muß, um den gleichen Wert $(E_b/N_o)_{min}$ zu erhalten. Interessant ist aber, daß z.B. für $(E_b/N_o)_{min} = 4$ dB im Rayleighfading-Kanal mit codierter QPSK-Übertragung nur unwesentlich mehr Bandbreite erforderlich ist als im Gaußschen Kanal mit codierter BPSK-Übertragung.

5.2 q-FSK und Inkohärentes q-FSK

In Kapitel 4 wurde bereits erwähnt, daß für q-FSK der minimale Frequenzabstand Δf für die orthogonalen Sendesignale durch

$$\Delta f = \frac{1}{2T_s}$$

gegeben ist, d.h. es gilt für den Modulationsindex $h = \Delta f \cdot T_s = 1/2$. Die spektrale Leistungsdichte der Übertragungssignale lautet in diesem Fall - vorausgesetzt die Symbole am Modulatoreingang erscheinen statistisch unabhängig und gleichwahrscheinlich, und es gilt $f_c >> q/T_s$ -

$$S_{q\text{-FSK}}(f) = K \left\{ \frac{1}{q} \sum_{i=-\frac{q}{2}+1}^{q/2} \frac{\sin^2 \pi (x - \frac{2i-1}{4})}{\pi^2 (x - \frac{2i-1}{4})^2} + \right.$$

$$+\frac{2}{q^2}\sum_{i=-\frac{q}{2}+1}^{q/2}\sum_{k=-\frac{q}{2}+1}^{q/2}\frac{\sin\pi(x-\frac{2i-1}{4})\ \sin\pi(x-\frac{2k-1}{4})}{\pi^2(x-\frac{2i-1}{4})(x-\frac{2k-1}{4})}\cdot \tag{5.9}$$

$$\cdot\ \cos\ (2\pi x-\tfrac{\pi}{2}\ (i+k-1))\}\ ;\ x=(f-f_c)T_s\ .$$

[18,19,20]. Nach numerischer Auswertung von (5.1) mit der spektralen Leistungsdichte (5.9) erhält man die in Tabelle 9 angegebenen Werte für $W_{99}T_s$.

Tabelle 9 Die auf die Symbolrate bezogene Bandbreite $W_{99}T_s$ von q-FSK und Ink. q-FSK

	Modulation	$W_{99}T_s$ (Hz/symbol/s)	bei uncodierter Übertragung $W_{99}T_b$ (Hz/bit/s)
kohärent	2-FSK(h=1/2)	1.18	1.18
	4-FSK	2.5	1.25
	8-FSK	4.5	1.5
	16-FSK	8.5	2.14
inkohärent	2-FSK (h=1)	2.3	2.3
	4-FSK	4.4	2.2
	8-FSK	8.4	2.8
	16-FSK	16.3	4.1

Im Falle der kohärenten wie auch der noch zu behandelnden inkohärenten FSK-Verfahren stellt W_{99} eine realistische Bandbreite dar, wie man durch den Vergleich der in Tabelle 9 angegebenen Werte mit den in der Literatur häufig zugrunde gelegten Bandbreiten bestätigt findet. Vielfach gibt man für q-FSK die Bandbreite [18]

$$W_{q\text{-FSK}} = \frac{q}{2T_s}$$

und für inkohärente q-FSK die Bandbreite

$$W_{Ink.\ q\text{-}FSK} = \frac{q}{T_s}$$

an. W_{99} stimmt nicht nur gut mit diesen Ausdrücken überein, sondern aus mit den - z.B. in [15] als "realistische" Bandbreiten den Untersuchungen zugrunde gelegten - Größen

$$W_{q\text{-}FSK} = \frac{q+2}{2T_s}$$

und

$$W_{Ink.\ q\text{-}FSK} = \frac{q+1/2}{T_s} \quad .$$

In Bild 44 ist $(E_b/N_o)_{min}$ als Funktion von $W_{99}T_b$ für die verschiedenen q-FSK mit der Entscheidungsart YSAS am Rayleighfading-Kanal dargestellt. Zum Vergleich wird in Bild 45 das Resultat für den Gaußschen Kanal uns (YS) gezeigt.
Zu den Ergebnissen läßt sich bemerken:

- Am Rayleighfading-Kanal ist unter dem Gesichtspunkt gleicher Bandbreite der Übergang von BFSK auf 4-FSK nur für $W_{99}T_b=2$ von Vorteil. Die Differenz bzgl. $(E_b/N_o)_{min}$ wird bei $W_{99}T_b=4$ (Hz/bit/s) etwa 1.5 dB, aber selbst für wesentlich größere Bandbreiten könnte der Unterschied realistisch nicht mehr als maximal 2 dB betragen.

- Der Übergang von 4-FSK auf eine Modulation mit q>4 liefert auch für große Bandbreiten keine nennenswerten Gewinne (max. 1 dB).

- Am Gaußschen Kanal ist der Unterschied zwischen BFSK und 4-FSK etwas ausgeprägter als am Rayleighfading-Kanal. Bereits bei $W_{99}T_b=2$ (Hz/bit/s) beträgt die Differenz bei $(E_b/N_o)_{min}$ etwa 2 dB.

- Auch am Gaußschen Kanal bleibt der Übergang von 4-FSK auf eine FSK-Modulation q>4 ohne großen Gewinn, zumal dann größere Bandbreiten vorausgesetzt werden müßten.

Bei inkohärenter Demodulation ist, wie in Kapitel 4 erwähnt wurde, für die orthogonalen Übertragungssignale ein minimaler Frequenzabstand von

$$\Delta f = 1/T_s$$

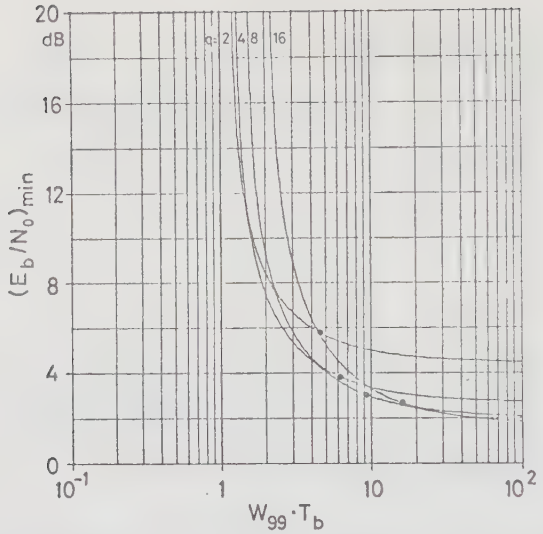

Bild 44 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ als Funktion von $W_{99}T_b$ für q-FSK mit YSAS am Rayleighfading-Kanal.
•: Schnittpunkt mit E_s/N_o=0 dB

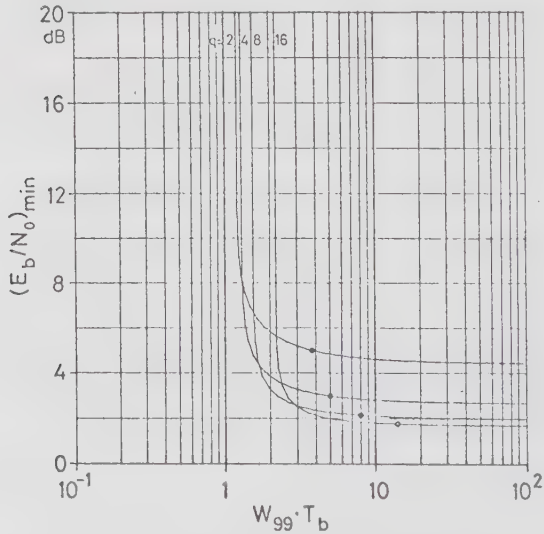

Bild 45 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ als Funktion von $W_{99}T_b$ für q-FSK mit YS am Gaußschen Kanal.
•: Schnittpunkt mit E_s/N_o=0 dB

erforderlich, d.h. ein Modulationsindex h=1.
Bei diesem Modulationsindex erhält man für die spektrale Leistungsdichte der Übertragungssignale, abgesehen von einem konstanten Faktor, den Ausdruck

$$S(f) = \frac{1}{q}\left(1-\frac{1}{q}\sum_{j=-(\frac{q}{2}-1)}^{q/2}\left(\frac{\sin\pi(x-\frac{2j-1}{2})}{\pi(x-\frac{2j-1}{2})}\right)^2\right) -$$

$$-\frac{2}{q}\sum_{j=-(\frac{q}{2}-1)}^{q/2-1}\sum_{l=j+1}^{q/2}\frac{\sin^2\pi(x-\frac{2j-1}{2})}{\pi^2(x-\frac{2j-1}{2})(x-\frac{2l-1}{2})} + \qquad (5.10)$$

$$+\frac{1}{q^2}\sum_{j=-(\frac{q}{2}-1)}^{q/2}\delta(x-\frac{2j-1}{2})$$

mit $x = (f-f_c)T_s$ (vgl. [19,20]) .

Die Werte für $W_{99}T_s$ sind aus Tabelle 9 ersichtlich. Man findet, daß die Verdoppelung des Modulationsindexes etwa zu einer Verdoppelung der Bandbreite führt.
Die Ergebnisse für inkohärente q-FSK sind in Bild 46 für den Rayleighfading-Kanal und YSAN und zu Vergleichszwecken in Bild 47 für den Gaußschen Kanal mit (YS) dargestellt.

Hervorzuheben ist unter anderem:

- Ebenso wie bei q-DPSK findet man auch für inkohärente q-FSK optimale Bandbreiten, die zu überschreiten sich nachteilig auf die erforderliche Leistung auswirkt. Für inkohärente BFSK und auch 4-FSK sollten die Bandbreiten nicht größer als $W_{99}T_b \tilde{=} 9$ (Hz/bit/s) gewählt werden, wenn über einen Rayleighfading-Kanal übertragen werden soll. Für den Gaußschen Kanal sind diese Bandbreiten erheblich kleiner. Im genannten Beispiel ergibt sich $W_{99}T_b \tilde{=} 4$ (Hz/bit/s).
- Die Verbesserung in $(E_b/N_o)_{min}$ beim Übergang von codierter Übertragung mit inkohärenter BFSK auf inkohärente 4-FSK mit Kanalcodierung beträgt für $W_{99}T_b \geq 7$ (Hz/bit/s) etwa 2 dB beim

Rayleighfading-Kanal. Beim Gaußschen Kanal wird diese Differenz bereits bei einer Bandbreite $W_{99}T_b \geq 3$ erreicht.

- Beim Rayleighfading-Kanal sind sowohl mit kohärenter als auch mit inkohärenter Demodulation durch den Übergang von 4- FSK auf FSK mit q>4 und Kanalcodierung Verbesserungen nur bei relativ großen Bandbreiten zu erwarten, d.h. für Bandbreiten $W_{99}T_b > 7$ (Hz/bit/s). Der Unterschied bzgl. $(E_b/N_o)_{min}$ ist aber auch bei realistischer Betrachtung dann nicht größer als etwa 1 dB. Beim Gaußschen Kanal dagegen kann die Differenz ca. 2 dB betragen, falls eine Bandbreite $W_{99}T_b \cong 7$ (Hz/bit/s) vorausgesetzt wird; für $W_{99}T_b \cong 4$ kann der Unterschied bereits 1 dB betragen.

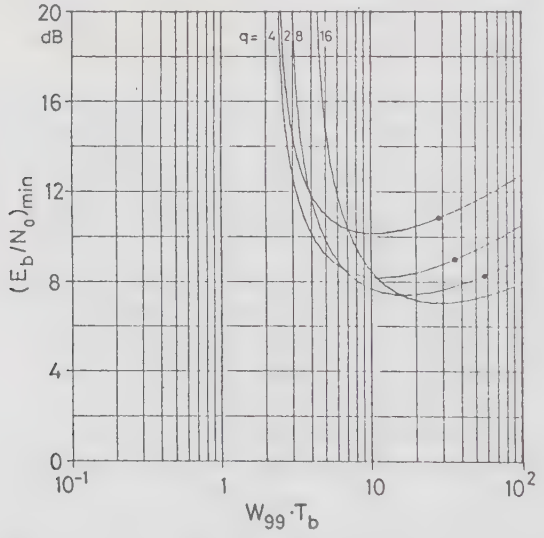

Bild 46 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung von $R=R_o$ als Funktion von $W_{99}T_b$ für Ink. q-FSK mit YSAN am Rayleighfading-Kanal; ·: Schnittpunkt mit $E_s/N_o=0$ dB

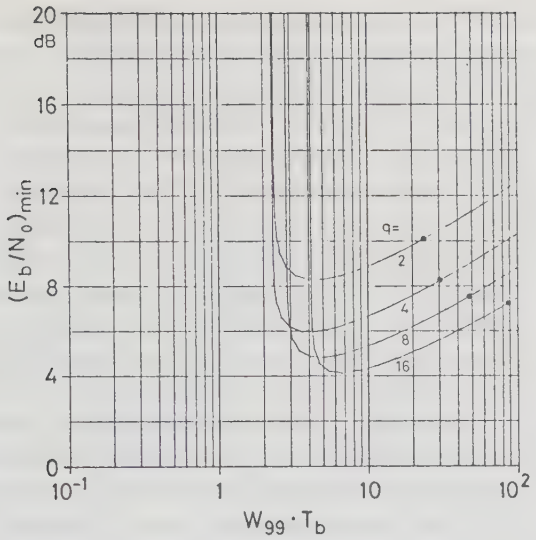

Bild 47 $(E_b/N_o)_{min}$ in dB bei Übertragung mit $R=R_o$ als Funktion von $W_{99}T_b$ für Ink. q-FSK mit YS am Gaußschen Kanal.
•: Schnittpunkt mit E_s/N_o=O dB

5.3 Zusammenfassende Diskussion

In 5.1 wurde den Bewertungen der PSK-Verfahren in Abhängigkeit von der Bandbreite die für eine Symbol-Interferenz freie Übertragung minimale Bandbreite W_N zugrunde gelegt. Der Vergleich von q-PSK und q-DPSK sowohl als auch von 16-QASK hätte auch mit der in (5.4) gegebenen Bandbreite W_{99} erfolgen können, da sich in diesem Fall nur die Werte der Bandbreite, nicht aber die Relationen zwischen den Ergebnissen für die verschiedenen Werte q verändern würden. Mit W_N wurde also lediglich eine praxisnähere Definition der Bandbreite für PSK-Verfahren gewählt.
In 5.2 ergab sich, daß die in Tabelle 9 angegebene Bandbreite W_{99} eine für die FSK-Verfahren praxisnahe Definition darstellt. Auch W_{99} ist als minimale Bandbreite anzusehen, da die Werte in Tabelle 9 einen für die orthogonalen Sendesignale minimalen Frequenzabstand zulassen.
Die Praxisnähe beider Bandbreiten rechtfertigt einen Vergleich

zwischen PSK-Verfahren einerseits und FSK-Verfahren andererseits, bei dem im einen Fall W_N und im anderen Fall W_{99} als Bandbreite zugrunde gelegt wird. Auf dieser Basis kann eine zusammenfassende Bewertung der betrachteten Modulationsverfahren unter Berücksichtigung der Bandbreite z.B. anhand der Frage erfolgen, wie groß bei einem gegebenem E_b/N_o die minimale Bandbreite einer codierten Übertragung sein kann. Die Werte der minimalen Bandbreite, die den Bildern 41, 42, 44 und 46 für den Rayleighfading-Kanal direkt entnommen werden können, sind in Tabelle 10 für exemplarisch gewählte E_b/N_o zusammengefaßt. Man entnimmt Tabelle 10 z.B., daß ein Übertragungssystem mit Kanalcodierung und 2-PSK bei einem gegebenen E_b/N_o = 36 dB eine minimale auf die Datenrate R_b bezogene Bandbreite (bzgl. W_N) von 1.6 Hz/bit/s benötigt, während mit 2-FSK eine minimale Bandbreite (Bzgl. W_{99}) von mindestens 3.8 Hz/bit/s erforderlich ist. Wo in Tabelle 10 keine Werte angegeben sind, kann mit dem entsprechenden E_b/N_o und dem entsprechenden Modulationsverfahren realistischerweise keine beliebig zuverlässige Übertragung angenommen werden. Der bei inkohärenter 2-FSK eingeklammerte Wert gilt für E_b/N_o=10.1 dB.

Die Werte in Tabelle 10 zeigen, daß q-PSK unter Berücksichtigung der Bandbreite durchgehend günstiger als q-FSK zu bewerten ist. Hierin liegt z.B. ein wichtiger Unterschied gegenüber der Bewertung der Modulationsverfahren bei gleicher Coderate. Dort konnte nämlich für Verfahren mit q=8 ein günstigeres Verhalten der q-FSK festgestellt werden (vgl. 4.8). Ebenso erweist sich bei Berücksichtigung der Bandbreite q-DPSK der inkohärenten q-FSK deutlich überlegen. Um ein Beispiel zu nennen: Für E_b/N_o=12 dB ist mit q-DPSK ungünstigenfalls 1.23 Hz/bit/s erforderlich, mit inkohärenter q-FSK günstigenfalls 2.84 Hz/bit/s; dies entspricht einer Bandbreitenerweiterung von mehr als 100%. Interessant ist vor allem der Vergleich von q-PSK mit q-DPSK. Aus den Werten in Tabelle 10 erkennt man, daß bei E_b/N_o=10 dB z.B. 4-DPSK eine um ca. 35% geringere Bandbreite als 2-PSK erfordert. Da bei DPSK-Verfahren eine Phasensynchronisation im Empfänger entfällt, stellt q-DPSK in der Praxis bei Übertragung im Rayleighfading-Kanal mit Bandbreitenbeschränkungen eine besonders wirkungsvolle Klasse von Modulationsverfahren dar.

Tabelle 10 Minimale auf die Datenrate $R_b=1/T_b$ bezogene Bandbreite in Hz/bit/s für verschiedene E_b/N_o bei einer Übertragung mit Kanalcodierung am Rayleigh-fading-Kanal

Modulation		E_b/N_o=6 dB	E_b/N_o=10 dB	E_b/N_o=12 dB
YSAS	2-PSK	1.56	1.16	1.10
	4-PSK	0.86	0.61	0.56
	8-PSK	0.76	0.46	0.41
	16-PSK	0.76	0.44	0.37
	2-FSK	3.81	1.64	1.42
	4-FSK	2.52	1.59	1.45
	8-FSK	2.87	1.91	1.74
	16-FSK	4.25	2.78	2.51
YSAN	2-DPSK	-	1.43	1.23
	4-DPSK	-	0.76	0.65
	8-DPSK	-	0.65	0.51
	16-DPSK	-	0.65	0.49
	Ink. 2-FSK	-	(10.)	2.84
	Ink. 4-FSK	-	3.90	3.03
	Ink. 8-FSK	-	4.75	3.82
	Ink.16-FSK	-	7.18	5.74

6. Zusammenfassung

Modulationsverfahren sind in Übertragungssystemen, die neben Modulation auch Kanalcodierung anwenden, gemeinsam mit der Kanalcodierung zu bewerten, da nicht die Bit- oder Symbolfehlerwahrscheinlichkeit nach der Demodulation, sondern die Fehlerwahrscheinlichkeit nach der Descodierung als Gütemaß des Systems maßgebend ist. Das klassische informationstheoretische Maß zur Bewertung eines derartigen Übertragungssystems ist die Kanalkapazität C. Sie bestimmt insbesondere die absolute theoretische untere Grenze für das Verhältnis E_b/N_o von mittlerer Energie pro Informationsbit zur Rauschleistungsdichte, das zur beliebig zuverlässigen Übertragung erforderlich ist. Ein praktisches Gütemaß zur Bewertung von Übertragungssystemen ist die in neuerer Zeit vor allem von Massey [1] vorgeschlagene Cut-Off-Rate R_o. Die Größe R_o ist vom speziell gewählten Codier- und Decodierverfahren unabhängig und liefert Abschätzungen für E_b/N_o und darüberhinaus für die Fehlerwahrscheinlichkeit nach der Decodierung für Codes endlicher Länge. Außerdem zeichnet sich R_o dadurch aus, daß es für die meisten Übertragungssysteme explizit berechnet werden kann. Demgegenüber bereitet die Berechnung von C erheblich größere Schwierigkeiten oder ist einer analytischen Behandlung überhaupt nicht zugänglich. Überdies liegen die aus C bestimmten E_b/N_o-Werte bei den bekannten praktischen Systemen weit ab von den erreichten Werten, während R_o im allgemeinen eine gute Abschätzung liefert.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit sind Untersuchungen an Systemen, die einen für Kanalcodierung besonders interessanten Rayleighfading-Kanal enthalten. In diesen Betrachtungen wird stets angenommen, daß der aus Modulator, Demodulator und Fadingkanal gebildete diskrete Kanal vollständig gespreizt ist und das Fading gegenüber der Symboldauer langsam erfolgt. Dies hat zur Folge, daß der diskrete Kanal als gedächtnisfrei betrachtet werden kann, Fehler also nicht in Bündeln sondern statistisch verteilt am Decodereingang erscheinen.

Der Einfluß des Modulationsverfahrens in derartigen Systemen mit Kanalcodierung wird systematisch analysiert. Dabei wird auch der Einfluß von Zusatzinformationen über den Kanalzustand berücksichtigt. Die auf der Basis von R_o erzielten Ergebnisse werden mit denen eines allein durch weißes Gaußsches Rauschen gestörten Kanals verglichen. Verglichen wird der Leistungsbedarf - in Form des erforderlichen E_b/N_o - als Funktion sowohl der Coderate als auch der Übertragungsbandbreite des digitalen Nachrichtensystems. Diese Vergleiche liefern qualitative Aussagen über das jeweils leistungsgünstigste Modulationsverfahren, wenn entweder die Coderate oder die Bandbreite des Gesamtsystems vorgegeben ist. Die Resultate bieten die Grundlage für die Auslegung einiger gegenwärtig diskutierter digitaler Übertragungsverfahren und Systemen.

Herrn Prof. Dr. B. Dorsch, Technische Hochschule Darmstadt (früher: Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt, Oberpfaffenhofen), der die Bearbeitung dieses Themas vorgeschlagen hat, danke ich für viele anregende und klärende Diskussionen. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr. D. Wolf für kritische Hinweise und Diskussionen und die nachhaltige Förderung dieser Arbeit.
Frau M. Rönnberg danke ich für die geduldige Hilfe bei der Fertigstellung der Reinschrift und Frau R. Vogel für die sorgfältige Anfertigung der Zeichnungen.
Die Dissertation wurde am Institut für Nachrichtentechnik der Deutschen Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt (DFVLR), Oberpfaffenhofen, im Rahmen der laufenden Forschungsvorhaben erstellt. Der mir entgegengebrachten verständnisvollen Unterstützung zur Durchführung dieser Arbeit gilt mein besonderer Dank.

7. Literatur

[1] Massey, J.L.: Coding and Modulation in Digital Communications; Proc. 1974 Intern. Zürich Seminar E2.1-E.2.3

Massey, J.L.: Convolutional Coding; Coding and Modulation; Lehrgang 016 "Codierung und Modulation von Nachrichtenübertragungssystemen", Carl-Cranz-Gesellschaft e.V. 1975

[2] Schwartz, M., Bennett, W.R., and Stein, S.: Communication Systems and Techniques; Mc Graw-Hill, New York 1966

[3] Schweikert, R., Papke, W., et al.: Kanalmessung und Datenübertragung am realen und gespeicherten maritimen Satellitenkanal (MARISAT), DFVLR Interner Bericht NE-NT-T-26/80 (1980)

Hagenauer, J. and Schweikert, R.: Technical Assistance Study of Lightweigh Shipborne Terminals; ESA Final Report, Contract No.: 4786/81/nl/md (1982)

[4] Wozencraft, J.M. and Jacobs, J.M.: Principles of Communication Engineering; Wiley, New York 1965

[5] Gallager, R.G.: Information Theory and Reliable Communication; Wiley, New York 1968

[6] Viterbi, A.J.: Convolutional Codes and Their Performance in Communication Systems; LINKABIT Corporation, San Diego, 1970

[7] Viterbi, A.J. and Omura, J.K.: Principles of Digital Communication and Coding; Mc Graw-Hill, New York 1979

[8] Schweikert, R.: The two Codeword Exponent R_0 for a Slowly Fading Rayleigh Channel; 5. Intern. Symp. on Information Theory, Tbilisi (UDSSR) 1979

[9] Hagenauer, J.: Zur Kanalkapazität bei Nachrichtenkanälen mit Fading und gebündelten Fehlern; AEÜ 34, 220-237 (1980)

Hagenauer, J.: Viterbi-Decoding of Convolutional Codes for Fading and Burst Channels; Proc. 1980 Intern. Zürich Seminar on Digital Comm., G2.1-G2.7

[10] Odenwalder, J.P.: Error Control Coding Handbook; LINKABIT Corporation, San Diego, Final Report, Contract No.: F44620-76-C-0050, 1976

[11] Mui, S.Y.: The Performance of Convolutional Codes on Fading Channels; Rensselaer Polytechnic Institute Troy, New York 1976, Thesis for the Degree of Doctor of Philosophy.

[12] Dorsch, B.: Vorwärtskorrektur bei zeitvarianten Störungen; Frequenz 35, 96-105 (1981)

[13] Psaupathy, S.: Minimum Shift Keying: A Spectrally Efficient Modulation; IEEE Communication Magazine 17, 14-22 (1979)

[14] Gronemeyer, S.A. and Mc Bride, A.L.: MSK and Offset QPSK Modulation; IEEE Trans. on Comm. COM-24, 809-819 (1976)

[15] Arthurs, E. and Dym, H.: On the Optimum Detection of Digital Signals in the Presence of White Gaussian Noise - A Geometric Interpretation and a Study of Three Basic Data Transmission Systems; IRE Trans. on Comm. Systems, 336-372 (1962)

[16] Amoroso, F.: Bandwidth of Digital Data Signals; IEEE Communications Magazine 18, 13-24 (1980)

[17] Prabhu, V.K.: Spectral Occupancy of Digital Angle-Modulation Signals; Bell Syst. Tech. J. 55, 429-453 (1970)

[18] Lucky, R.W., Salz, J., and Weldon, E.J.: Principles of Data Communication; McGRaw-Hill, New York 1968

[19] Korn, I.: Error Probability and Bandwidth of Digital Modulation; IEEE Trans. on Comm. COM-28, 287-291 (1980)

[20] Bennett, W.R. and Rice, S.O.: Spectral Density and Autocorrelation Function Associated with Binary Frequency-Shift Keying; Bell Syst. Tech. J., 2355-2385 (1963)

Lebenslauf

01.08.1950	geboren in Frankfurt am Main
Eltern	Otto Schweikert, Rosina Schweikert
1957 - 1961	Besuch der Hauptschule in Frankfurt am Main
1961 - 1967	Besuch der Realschule in Frankfurt am Main
1967 - 1969	Besuch der Oberstufe des Helmholtz-Gymnasiums in Frankfurt am Main
1969	Reifeprüfung
1969 - 1977	Physikstudium an der Johann Wolfgang Goethe-Universität in Frankfurt am Main
1971	Diplom-Vorprüfung für Physiker
1977	Diplom-Hauptprüfung für Physiker
seit 1978	Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Institut für Nachrichtentechnik der Deutschen Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt, Oberpfaffenhofen

Meine akademischen Lehrer waren die Professoren

W. Martienssen, P. Fulda, H. Drechsel, H. Dänzer, B. Mrowka, G. Mauck, H. Bock, R. Kulze, H. Kiehl, D. Wolf